寰宇名師學院升大系列數學科_98 學測命中率比對

【98 學測 V.S 名師學院教材】

1

學測題目

多選第 11 題

11. 如圖所示，正立方體 $ABCD\text{-}EFGH$ 的稜長等於 2 (即 $\overline{AB}=2$)，K 爲正方形 $ABCD$ 的中心，M 、N 分別爲線段 BF 、 EF 的中點。試問下列哪些選項是正確的？

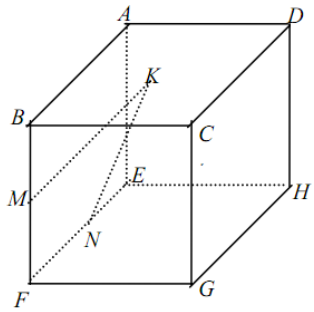
(1) $\overrightarrow{KM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$

(2) (內積) $\overrightarrow{KM}\cdot\overrightarrow{AB}=1$

(3) $\overline{KM}=3$

(4) ΔKMN 爲一直角三角形

(5) ΔKMN 之面積爲 $\frac{\sqrt{10}}{2}$



寰宇升大產品教材

此題爲向量運算與空間三角形的統整題，需具備向量運算基本能力、向量與內積性質以及空間三角形面積求法才能順利解題。

高中二年級數學（上）

第一章　第 1 節　主題 2　向量的運算

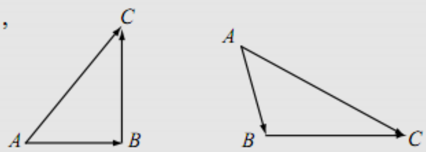
觀念一　有向線段的向量運算

【定義】向量加法：

1. 三角形法則：$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$（位移觀點），

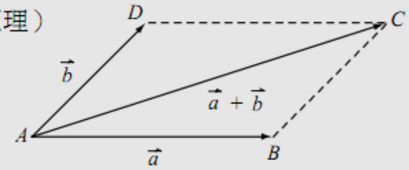
終點和始點抵消

"位移"是一種向量，由 A 走到 B，再由 B 走到 C，它的效果等於直接由 A 走到 C。



2. 平行四邊形法則：$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$（合力原理）

始點相同

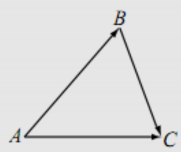


【公式】向量減法：$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\Rightarrow\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$

始點抵消

$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$

終點交換

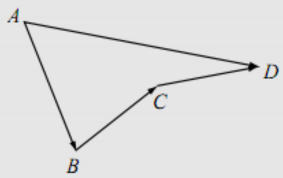


例：1. $\overrightarrow{PT}-\overrightarrow{PS}=\overrightarrow{ST}$

2. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{XB}-\overrightarrow{XA}=\overrightarrow{SB}-\overrightarrow{SA}$

【延伸】連鎖法則：$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$

抵消　抵消



第一章 第 3 節　主題 1　向量的內積

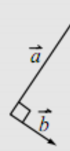
觀念一　內積的夾角定義

3. $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$（$\vec{a}$、$\vec{b}$ 非零向量）

說明 $\because\vec{a}\perp\vec{b}\Rightarrow$ 夾角 $=90°$

$\therefore\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos 90°$

$=|\vec{a}||\vec{b}|\cdot 0=0$



第二章　第 3 節　主題 2　空間中的三角形面積

觀念一　空間中的三角形面積

【公式】空間中二向量 $\overline{OA}$、$\overline{OB}$ 所張成的

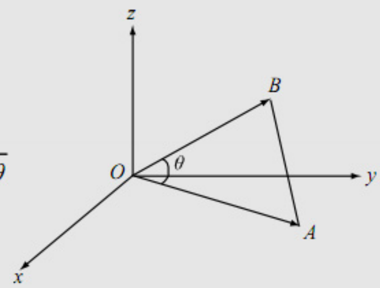
$$\Delta OAB\text{ 面積}=\frac{1}{2}\sqrt{|\overline{OA}|^2|\overline{OB}|^2-(\overline{OA}\cdot\overline{OB})^2}$$

【證明】設夾角 θ 在 $0°$ 和 $180°$ 之間

$$\Delta OAB=\frac{1}{2}|\overline{OA}||\overline{OB}|\sin\theta=\frac{1}{2}|\overline{OA}||\overline{OB}|\sqrt{1-\cos^2\theta}$$

$$=\frac{1}{2}|\overline{OA}||\overline{OB}|\sqrt{1-\left(\frac{\overline{OA}\cdot\overline{OB}}{|\overline{OA}||\overline{OB}|}\right)^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{|OA|^2|OB|^2-(\overline{OA}\cdot\overline{OB})^2}$$



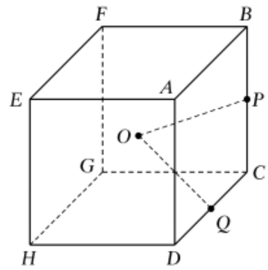
類似題：

高中二年級數學（上）進階課程

第二章　第 3 節　第 1 部分　向量求交角

範例二

如右圖，$ABCD$ 爲正立方體的一個面，P、Q 分別爲 $\overline{BC}$、$\overline{CD}$ 的中點，O 爲正立方體的中心，則 $\cos(\angle POQ)=$？



答 $\frac{1}{2}$

解（法一）

設立方體邊長 1

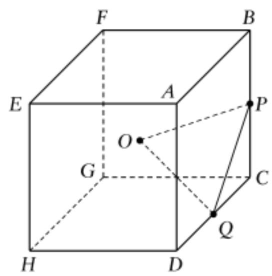
$$\Rightarrow\overline{OQ}=\frac{1}{2}\overline{ED}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\overline{OP}=\frac{1}{2}\overline{EB}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

ΔPOQ 爲正三角形

$$\cos(\angle POQ)=\cos 60°=\frac{1}{2}$$



（法二）

將 $\overrightarrow{GH}$、$\overrightarrow{GC}$、$\overrightarrow{GF}$ 作 x、y、z 軸，邊長定爲 2

$\Rightarrow O(1,1,1)$、$Q(1,2,0)$、$P(0,2,1)$

$\overrightarrow{OP}=(-1,1,0)$，$\overrightarrow{OQ}=(0,1,-1)$

$$\Rightarrow\cos(\angle POQ)=\frac{\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}}{|\overrightarrow{OP}||\overrightarrow{OQ}|}=\frac{1}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$$

<table>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>學測
題目</td><td>單選第 1 題
1. 數列 $a_1+2,\cdots,a_k+2k,\cdots,a_{10}+20$ 共有十項，且其和爲 240，則 $a_1+\cdots+a_k+\cdots+a_{10}$ 之值爲
(1) 31 (2) 120 (3) 130 (4) 185 (5) 218</td></tr>
<tr><td>寰宇
升大
產品
教材</td><td>觀察出此數列常數部分呈等差關係後，再利用等差級數求和公式，即可解題。
高中一年級數學（上）
第三章 第 1 節 主題 1 等差數列與等差級數
觀念二 等差級數求和與性質
【定義】$\{a_n\}$ 爲等差數列，公差爲 d，則前 n 項和稱爲等差級數
【性質 1】$S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$
$=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$ （即$\dfrac{項數\times[首項+末項]}{2}$）
$=\dfrac{n[2a_1+(n-1)d]}{2}$ （即$\dfrac{項數\times[兩倍首項+(項數-1)\times公差]}{2}$）</td></tr>
<tr><td>3</td><td>學測
題目</td><td>單選第 2 題
2. 令 $a=\cos(\pi^2)$，試問下列哪一個選項是對的？
(1) $a=-1$
(2) $-1<a\le-\frac{1}{2}$
(3) $-\frac{1}{2}<a\le0$
(4) $0<a\le\frac{1}{2}$
(5) $\frac{1}{2}<a\le1$</td></tr>
</table>

寰宇升大產品教材

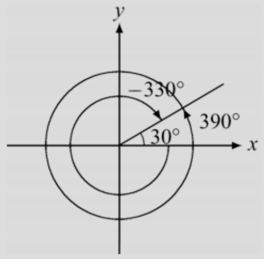
運用同位角與值域的基本觀念即可解題。

高中一年級數學（下）

第二章 第 **3** 節　主題 **1**　廣義角的三角函數(1)

觀念一　有向角與同界角

2. 同界角：若兩個角具有相同的始、終邊，則彼此互為同界角。



【性質】若 θ_1、θ_2 互為同界角 $\Rightarrow \theta_1=\theta_2+360°k$，$k\in Z$

例：$-330°=30°+360°\times(-1)$，$390°=30°+360°\times 1$

觀念三　值域

1. (1) $-1\le\sin\theta\le 1$，(2) $-1\le\cos\theta\le 1$

說明 (1) $\sin\theta=\dfrac{y}{r}\Rightarrow -r\le y\le r$

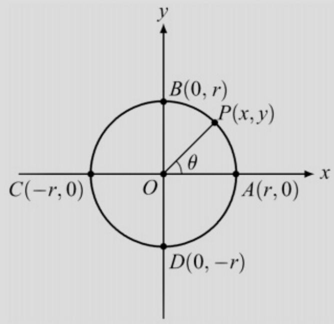
$\Rightarrow -1\le\dfrac{y}{r}\le 1$

$\Rightarrow -1\le\sin\theta\le 1$

(2) $\cos\theta=\dfrac{x}{r}\Rightarrow -r\le x\le r$

$\Rightarrow -1\le\dfrac{x}{r}\le 1$

$\Rightarrow -1\le\cos\theta\le 1$



學測題目

單選第 **3** 題

3. 已知 $f(x),g(x)$ 是兩個實係數多項式，且知 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 x^4-1。試問下列哪一個選項**<u>不可能</u>**是 $f(x)$ 與 $g(x)$ 的公因式？

(1) 5

(2) $x-1$

(3) x^2-1

(4) x^3-1

(5) x^4-1

4

寰宇升大產品教材

此題只要熟悉輾轉相除定理的內涵即可解題。

高中一年級數學（下）

第四章 第 **3** 節　主題 **1**　**HCF** 及 **LCM**

觀念二　輾轉相除

【例說】求 $(x^2+4x+3,\ x^2-x-2)$。

【解析】

$$
\begin{array}{r|c|c|l}
1 & x^2+4x+3 & x^2-x-2 & x-2 \\
 & x^2-x-2 & x^2+x & \\
\hline
5 & 5x+5 & -2x-2 & \\
 & x+1 & -2x-2 & \\
\hline
 & & 0 &
\end{array}
$$

$(x^2+4x+3,\ x^2-x-2)=x+1$

5	學測題目	**單選第 4 題** 4. 甲、乙、丙三所高中的一年級分別有 3、4、5 個班級。從這 12 個班級中隨機選取一班參加國文抽考，再從未被抽中的 11 個班級中隨機選取一班參加英文抽考。則參加抽考的兩個班級在同一所學校的機率最接近以下哪個選項？ (1) 21%　(2) 23%　(3) 25%　(4) 27%　(5) 29%
	寰宇升大產品教材	了解機率的基本概念與互斥事件機率計算的意義後，再進行個別討論即可解題。 高中二年級數學（下） 第三章 第 **1** 節　主題 **1**　機率的基本概念 **觀念二　拉普拉斯之古典機率定義法** 【定義】S 為某試驗的樣本空間，假設其中各基本事件發生的機會均等，則對任一事件 A，其發生機率為 $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$。意即， $A\subset S$ 為一事件，則 $\underbrace{\text{事件}A\text{發生之機率}}_{P(A)}=\underbrace{A\text{與}S\text{之元素個數比}}_{\frac{n(A)}{n(S)}}$ 第三章 第 **2** 節　主題 **1**　機率的運算性質 **觀念三　機率的性質與運算法則** 1. 若 A、B 兩事件互斥（即兩事件不同時發生，也就是 $n(A\cap B)=0$） 則 $P(A\cap B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(S)}=0$ 即 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=P(A)+P(B)$ 2. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\le P(A)+P(B)$
6	學測題目	**單選第 5 題** 5. 假設甲、乙、丙三鎮兩兩之間的距離皆為 20 公里。兩條筆直的公路交於丁鎮，其中之一通過甲、乙兩鎮而另一通過丙鎮。今在一比例精準的地圖上量得兩公路的夾角為 45°，則丙、丁兩鎮間的距離約為 (1) 24.5 公里　(2) 25 公里　(3) 25.5 公里　(4) 26 公里　(5) 26.5 公里
	寰宇升大產品教材	依題意作圖後，再透過正弦定理即可解題。 高中一年級數學（下） 第二章 第 **5** 節　主題 **1**　正弦、餘弦投影定理 **觀念一　正弦定理** 【定理】ΔABC 中，$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$　（R 為外接圓半徑）
7	學測題目	**單選第 6 題** 6. 試問坐標平面上共有幾條直線，會使得點 $O(0,0)$ 到此直線之距離為 1，且點 $A(3,0)$ 到此直線之距離為 2？ (1) 1 條　(2) 2 條　(3) 3 條　(4) 4 條　(5) 無窮多條

<table>
<tr><td rowspan="1"></td><td>寰宇
升大
產品
教材</td><td>

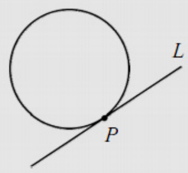
認識圓的切線意義後，再透過作圖即可選出答案。

高中二年級數學（上）

第四章 第 **2** 節　主題 **1**　截線與切線

觀念二　切線

【定義】直線 L 與圓 C 恰交一點 P，則 L 稱為此圓的切線。



</td></tr>
<tr><td rowspan="2">8</td><td>學測
題目</td><td>

多選第 **7** 題

7. 試問下列哪些選項中的數是有理數？

(1) 3.1416

(2) $\sqrt{3}$

(3) $\log_{10}\sqrt{5}+\log_{10}\sqrt{2}$

(4) $\dfrac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ}+\dfrac{\cos 15^\circ}{\sin 15^\circ}$

(5) 方程式 $x^3-2x^2+x-1=0$ 的唯一實根

</td></tr>
<tr><td>寰宇
升大
產品
教材</td><td>

理解有理數的定義後，利用對數基本運算性質、三角函數的平方關係和兩倍角公式與一次因式檢驗法即可解題。

高中一年級數學（上）

第二章 第 **2** 節　主題 **1**　有理數與無理數

觀念一　有理數

【定義】實數中可表為“$\dfrac{b}{a}$”（即“分數”）的數，稱為有理數。(a、$b\in Z$，$a\neq 0$)

【性質】有理數的封閉性：

1. 有理數可分為整數(1, 2, 100, 0, −3, −8, …)，有限小數(0.3, 1.2, …)和循環小數($0.\overline{3}$，$0.\overline{7}$，…)。

第四章 第 **2** 節　主題 **5**　整係數一次因式

觀念一　一次因式檢驗法

【定理 1】一次因式檢驗法（牛頓定理）

$f(x)=a_x x^n+\cdots+a_1x+a_0\in Z[x]$，即整係數多項式

1. 若 $px-q\,|\,f(x)$，p、$q\in Z$，$(p,q)=1$，則 $p\,|\,a_n$ 且 $q\,|\,a_0$

2. 若 $f(x)=0$ 有“有理根”$\dfrac{q}{p}$，p、$q\in Z$，$(p,q)=1$，則 $p\,|\,a_n$ 且 $q\,|\,a_0$

高中一年級數學（下）

第一章 第 **3** 節　主題 **1**　對數的定義與性質(1)

觀念二　性質

【性質 1】$\log_a m+\log_a n=\log_a mn$　（對數相加，真數相乘）

【性質 3】$\log_a b^t=t\log_a b$　（真數的次方，可提出作係數）

第二章 第 **2** 節　主題 **1**　倒數、餘角、商數、平方關係

觀念一　三角關係

4. 平方關係：

(1) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$　(2) $1+\tan^2\theta=\sec^2\theta$　(3) $1+\cot^2\theta=\csc^2\theta$

</td></tr>
</table>

第三章 第 3 節　主題 1　兩倍角

觀念一　兩倍角公式

【公式】1. $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

例：(1) $\sin 30° = 2\sin 15°\cos 15°$

(2) $\sin 10°\cos 10° = \frac{1}{2}\sin 20°$

(3) $\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$

9

學測題目

多選第 8 題

8. 坐標平面上四條直線 L_1, L_2, L_3, L_4 與 x 軸、y 軸及直線 $y = x$ 的相關位置如圖所示，其中 L_1 與 L_3 垂直，而 L_3 與 L_4 平行。設 L_1, L_2, L_3, L_4 的方程式分別爲 $y = m_1 x$，$y = m_2 x$，$y = m_3 x$ 以及 $y = m_4 x + c$。試問下列哪些選項是正確的？

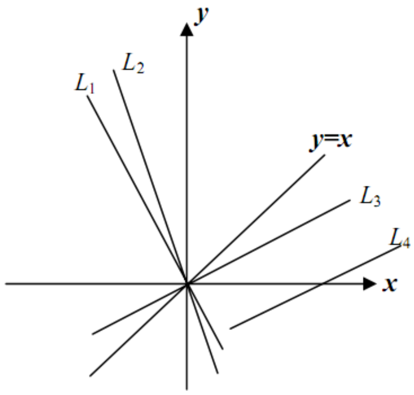
(1) $m_3 > m_2 > m_1$

(2) $m_1 \cdot m_4 = -1$

(3) $m_1 < -1$

(4) $m_2 \cdot m_3 < -1$

(5) $c > 0$



寰宇升大產品教材

運用直線呈平行或垂直關係時其斜率乘積的性質，與對斜率範圍的認識即可解題。

高中一年級數學（上）

第二章 第 3 節　主題 2　斜率的定義

觀念二　平行與垂直

【定理】二直線 L_1、L_2 的斜率分別爲 m_1、m_2，其中 L_1、L_2 均非鉛直線。則：

$L_1 \perp L_2 \Leftrightarrow m_1 \times m_2 = -1$

觀念三　斜率的範圍

以鉛直線爲分界，逆時針方向旋轉，斜率增大；順時針方向旋轉，斜率變小。

10

學測題目

多選第 9 題

9. 某廠商委託民調機構在甲、乙兩地調查聽過某項產品的居民佔當地居民之百分比(以下簡稱爲「知名度」)。結果如下：在95% 信心水準之下，該產品在甲、乙兩地的知名度之信賴區間分別爲 [0.50 , 0.58]、[0.08 , 0.16]。試問下列哪些選項是正確的？

(1) 甲地本次的參訪者中，54% 的人聽過該產品

(2) 此次民調在乙地的參訪人數少於在甲地的參訪人數

(3) 此次調查結果可解讀爲：甲地全體居民中有一半以上的人聽過該產品的機率大於 95%

(4) 若在乙地以同樣方式進行多次民調，所得知名度有 95% 的機會落在區間[0.08 , 0.16]

(5) 經密集廣告宣傳後，在乙地再次進行民調，並增加參訪人數達原人數的四倍，則在 95% 信心水準之下該產品的知名度之信賴區間寬度會減半(即 0.04)

寰宇
升大
產品
教材

能夠分辨樣本和母群體的差異，理解信賴區間的定義與內涵，並觀察出兩樣本標準差相同後，再透過樣本標準差的公式即可正確答題。

高中二年級數學（下）

第三章　第 **7** 節　主題 **2**　信賴區間與信心水準

觀念一　信賴區間與信心水準的定義

【定義】在進行估計的時候，通常會以一個區間來表示估計結果，這樣的區間就稱爲信賴區間，而實際的 p 值會落在信賴區間範圍內的機率，就稱爲信心水準。

【原理】1. 信賴區間的表示方法可分爲以下兩種：

(1) $[0.53, 0.72]$：表示信賴區間介於 0.53 與 0.72 之間，即取 $0.53 \le p \le 0.72$ 爲可信賴的範圍。

(2) $44\% \pm 3\%$ ：表示信賴區間介於 0.41 與 0.47 之間，即取 $0.41 \le p \le 0.47$ 爲可信賴的範圍。

2. 「95%的信心水準」所代表的涵義：抽樣所得的信賴區間有 95%的機率會涵蓋真正的 p 值。

觀念二　信賴區間與信心水準的原理

【定義】假設在母群體中，某事件發生的機率爲 p，若從母群體當中抽出 n 個樣本來估計母群體的發生率，則所得到的估計值稱爲 $\hat{p}$（讀作 p *hat*），其中

$\hat{p} = \dfrac{\text{樣本中發生次數}}{n}$；當抽出的樣本數 n 愈大時，所得到的 $\hat{p}$ 會愈接近 p 值。

【例說 1】假設全國成年人口對施政的滿意度 $p = 0.6$，若抽樣 2600 人當中有 1599 人表示滿意，則可算出 $\hat{p} = \dfrac{\text{樣本中滿意人數}}{n} = \dfrac{1599}{2600} = 0.615$

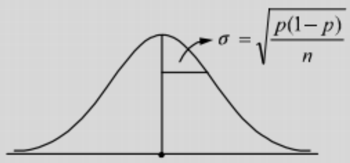
【性質】假設母群體的分布如右圖，若從母群體中抽出 n 個樣本來估計母群體，依據「中央極限定理」可知：

(1) 不論母群體的分布爲何，當 n 足夠大時，$\hat{p}$ 的分布會呈現常態分布。

(2) $\hat{p}$ 分布中的平均數（期望值）恰好等於母群體的 p 。

(3) $\hat{p}$ 分布中的標準差 $\sigma = \sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}$。

▲母群體分布圖



▲ $\hat{p}$ 分布圖

【例說 2】以例說 1 爲例，當母群體滿意度 $p = 0.6$、抽樣人數 $n = 2600$ 時

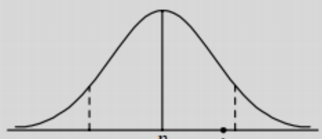
$\hat{p}$ 分布中的標準差 $\sigma = \sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}} = \sqrt{\dfrac{0.6 \times 0.4}{2600}} = 0.0096$

$p - 2\sigma = 0.6 - 2 \times 0.0096 = 0.5808$

$p + 2\sigma = 0.6 + 2 \times 0.0096 = 0.6192$

$\hat{p} = 0.615 \Rightarrow p - 2\sigma < \hat{p} < p + 2\sigma$

$\therefore \hat{p}$ 有 95%的機率會落在 $p \pm 2\sigma$ 的區間內



11

學測題目

多選第 10 題

10. 設 a,b,c 為實數，下列有關線性方程組 $\begin{cases} x+2y+az=1 \\ 3x+4y+bz=-1 \\ 2x+10y+7z=c \end{cases}$ 的敘述哪些是正確的？

(1) 若此線性方程組有解，則必定恰有一組解

(2) 若此線性方程組有解，則 $11a-3b\neq 7$

(3) 若此線性方程組有解，則 $c=14$

(4) 若此線性方程組無解，則 $11a-3b=7$

(5) 若此線性方程組無解，則 $c\neq 14$

寰宇升大產品教材

明白三階行列式的計算方式與克拉瑪法則的內涵，即可順利求解。

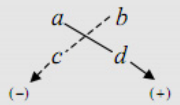
高中二年級數學（上）

第三章 第 2 節　主題 1　行列式的定義與性質

觀念一　行列式

【定義】1. 二階行列式的運算：

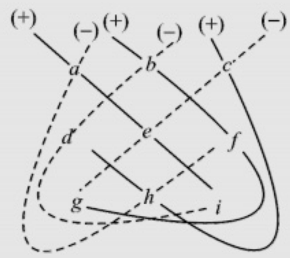
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$$



例：$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}=1\times4-2\times3=-2$

2. 三階行列式的運算：

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}=aei+bfg+chd-ceg-bdi-ahf$$



例：$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}=1\times5\times2+2\times0\times1+0\times1\times3-3\times5\times1-2\times0\times2-1\times1\times0=-5$

【注意】矩陣的行與列數量可以不同，但行列式的行與列數量則必須相同。

高中二年級數學（上）

第三章 第 3 節　主題 3　三元一次方程組

觀念一　克拉瑪法則(*Cramer's rule*)

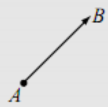
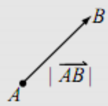
【定義】$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \end{cases}$ 的 x、y、z 滿足 $\begin{cases} \Delta\cdot x=\Delta_x \\ \Delta\cdot y=\Delta_y \\ \Delta\cdot z=\Delta_z \end{cases}$，其中

$$\Delta=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix},\ \Delta_x=\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix},\ \Delta_y=\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix},\ \Delta_z=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

【性質】1. 當 $\Delta\neq0$ 時，(x,y,z) 恰有一組解 $(\frac{\Delta_x}{\Delta},\frac{\Delta_y}{\Delta},\frac{\Delta_z}{\Delta})$。

2. 當 $\Delta=0$ 且 Δ_x、Δ_y、Δ_z 有一不為 0 時，無解。

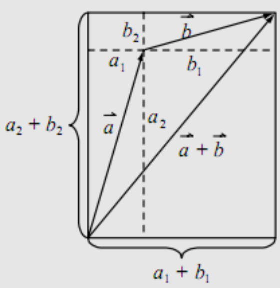
3. 當 $\Delta=\Delta_x=\Delta_y=\Delta_z=0$ 時，可能無解，也可能無限多解，必須對原方程組加以分析，才能判斷。

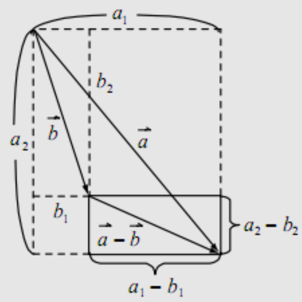
12	學測題目	選填第 A 題 A. 從 1 到 100 的正整數中刪去所有的質數、2 的倍數及 3 的倍數之後，剩下最大的數爲 ⑫⑬。
	寰宇升大產品教材	本題只要知道如何判別 2 和 3 的倍數與質數，即可順利求解。 高中一年級數學（上） 第二章 第 1 節　主題 2　質數 **觀念一　質數的定義** 【定義】$p \in N$, $p>1$, 若 p 除了 1 和本身 p 以外沒有其他的正因數, 則 p 爲質數。 例：2, 7, 13, …就是質數 1, 24, 15, …就不是質數
13	學測題目	選填第 B 題 B. 坐標平面上有四點 $O(0,0)$, $A(-3,-5)$, $B(6,0)$, $C(x,y)$。今有一質點在 O 點沿 $\overrightarrow{AO}$ 方向前進 $\overline{AO}$ 距離後停在 P，再沿 $\overrightarrow{BP}$ 方向前進 $2\overline{BP}$ 距離後停在 Q。假設此質點繼續沿 $\overrightarrow{CQ}$ 方向前進 $3\overline{CQ}$ 距離後回到原點 O，則 $(x,y)=$ (⑭⑮ , ⑯⑰)。
	寰宇升大產品教材	利用三角函數求三角形面積的公式，即可求得此解。 高中二年級數學（上） 第一章 第 1 節　主題 1　向量的概念 **觀念一　有向線段** 【定義】1. 以 A 爲始點、 B 爲終點的線段, 稱爲有向線段 $\overrightarrow{AB}$。 2. $\overrightarrow{AB}$ 的方向：由 A 指到 B 的方向。  3. $\overrightarrow{AB}$ 的長度：兩點 A、 B 的距離, 以符號 “ $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$ ” 表示。  第一章 第 2 節　主題 2　向量的坐標運算

觀念一　向量的坐標運算

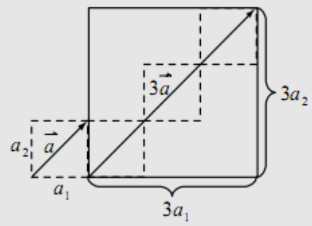
【原理】若兩向量$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$，則：

1. $\vec{a}+\vec{b}=(a_1+b_1,\ a_2+b_2)$　　2. $\vec{a}-\vec{b}=(a_1-b_1,\ a_2-b_2)$





3. $k\vec{a}=(ka_1,\ ka_2)$



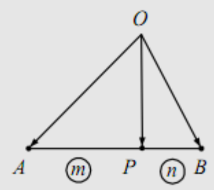
第一章 第 **2** 節　主題 **3**　比例與分點公式

觀念三　分點公式

【公式 1】內分點公式：

P在$\overline{AB}$上，$\overline{AP}：\overline{PB}=m：n$

$\Rightarrow \overrightarrow{OP}=\dfrac{m\overrightarrow{OB}+n\overrightarrow{OA}}{m+n}$（$O$ 為任意點）



【證明 1】$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{OA}+\dfrac{m}{m+n}\overrightarrow{AB}$

$=\overrightarrow{OA}+\dfrac{m}{m+n}(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})=\dfrac{m\overrightarrow{OB}+n\overrightarrow{OA}}{m+n}$

14

學測題目

選填第 **C** 題

C. 抽獎遊戲中，參加者自箱中抽出一球，確定顏色後放回。只有抽得藍色或紅色球者可得消費券，其金額分別為(抽得藍色球者)2000 元、(抽得紅色球者)1000 元。箱中已置有 2 顆藍色球及 5 顆紅色球。在抽出任一球之機率相等的條件下，主辦單位希望參加者所得消費券金額的期望值為 300 元，則主辦單位應於箱內再置入 ⑱⑲ 顆其他顏色的球。

寰宇升大產品教材

本題只要具備機率基本的概念與期望值定義的認知，即可順利求解。

高中二年級數學（下）

第三章 第 **1** 節　主題 **1**　機率的基本概念

觀念二　拉普拉斯之古典機率定義法

【定義】S 為某試驗的樣本空間，假設其中各基本事件發生的機會均等，則對任一事件 A，

其發生機率為 $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$。意即，

$A\subset S$ 為一事件，則 $\underbrace{\text{事件}A\text{發生之機率}}_{P(A)}=\underbrace{A\text{與}S\text{之元素個數比}}_{\frac{n(A)}{n(S)}}$

第三章 第 **3** 節　主題 **1**　期望值(1)

觀念一　期望值

【例說】甲、乙二人進行一場賭局，由甲投擲一公正骰子，若出 6 點，則乙須付甲 400 元，但若出其他點數，則甲須付乙 100 元。試分析兩人於這場賭局的風險，並判定這場賭局對誰較有利。

【解析】1° 骰子出 6 點的機率爲 $\frac{1}{6}$，而出其他點數的機率爲 $\frac{5}{6}$，因此這場賭局中

$$\begin{cases} 甲的勝率爲\frac{1}{6}（即乙的敗率） \\ 乙的勝率爲\frac{5}{6}（即甲的敗率） \end{cases}$$

2° 甲參與這場賭局：

有 $\frac{1}{6}$ 的機會可以得到 400 元（乙付給甲），有 $\frac{5}{6}$ 的機會輸 100 元（甲付給乙）

乙參與這場賭局：

有 $\frac{5}{6}$ 的機會可以得到 100 元（甲付給乙），有 $\frac{1}{6}$ 的機會輸 400 元（乙付給甲）

3° 在賭局開始之前評估風險，必須同時考慮兩種可能（勝或敗）

(i) 甲於賭局中的風險評估爲

$$\underbrace{\frac{1}{6}\cdot 400}_{有\frac{1}{6}的機會得400元} \underbrace{+}_{或} \underbrace{\frac{5}{6}\cdot(-100)}_{有\frac{5}{6}的機會輸100元} = -\frac{100}{6}（元）$$

(ii) 乙於賭局中的風險評估爲

$$\underbrace{\frac{5}{6}\cdot 100}_{有\frac{5}{6}的機會得100元} \underbrace{+}_{或} \underbrace{\frac{1}{6}\cdot(-400)}_{有\frac{1}{6}的機會輸400元} = \frac{100}{6}（元）$$

∴這場賭局對乙較有利

【定義】在隨機試驗中 x 表示隨機變數，而 $f(x)$ 爲 x 所對應的機率函數

⇒

x	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
$f(x)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$\cdots$	$f(x_n)$

表格中，得到 x_1 的機率爲 $f(x_1)$、得到 x_2 的機率爲 $f(x_2)$、…、得到 x_n 的機率爲 $f(x_n)$

其中 $f(x_1)+f(x_2)+\cdots+f(x_n)=1$

期望值 $E(x)$ 的定義爲 $E(x)=x_1f(x_1)+x_2f(x_2)+\cdots+x_nf(x_n)=\sum_{i=1}^{n}x_if(x_i)$

15

學測題目

選填第 D 題

D. 坐標平面上有兩條平行直線。它們的 x 截距相差 20，y 截距相差 15。則這兩條平行直線的距離爲 ⑳㉑ 。

寰宇升大產品教材

本題只要理解截距的定義，並具備平行線距離與畢氏定理的觀念，即可輕易解出此題。

高中一年級數學（上）

第二章　第 3 節　主題 7　截距式

觀念一　截距

【定義】直線 L 與 x 軸交於 $(a,0)$，與 y 軸交於 $(0,b)$，則 a 稱爲 L 之“x 截距”，b 稱爲 L 之“y 截距”。

16

學測題目

選填第 E 題

E. 假設 Γ_1 為坐標平面上一開口向上的拋物線，其對稱軸為 $x=\frac{-3}{4}$ 且焦距（焦點到頂點的距離）為 $\frac{1}{8}$。若 Γ_1 與另一拋物線 $\Gamma_2: y=x^2$ 恰交於一點，則 Γ_1 的頂點之 y 坐標為 $\frac{(22)}{(23)}$。(化成最簡分數)

寰宇升大產品教材

確實理解拋物線標準式中與焦距和頂點的相互關係後，依題意列出適當的方程式，再與題意中另一拋物線進行聯立解，並令其解有重根，即可順利解題。

高中二年級數學（下）

第一章 第 **2** 節　主題 **2**　拋物線的標準式

觀念二　圖形的平移

【整理】拋物線的標準式：

方程式	頂點	焦點	對稱軸	準線	正焦弦長	圖形
$x^2=4cy$	$(0, 0)$	$(0, c)$	$x=0$	$y+c=0$	$4\|c\|$	$c>0$, 開口向上 $c<0$, 開口向下
$y^2=4cx$	$(0, 0)$	$(c, 0)$	$y=0$	$x+c=0$	$4\|c\|$	$c>0$, 開口向右 $c<0$, 開口向左
$(x-h)^2=4c(y-k)$	(h, k)	$(h, k+c)$	$x=h$	$y+c=k$	$4\|c\|$	$c>0$, 開口向上 $c<0$, 開口向下
$(y-k)^2=4c(x-h)$	(h, k)	$(h+c, k)$	$y=k$	$x+c=h$	$4\|c\|$	$c>0$, 開口向右 $c<0$, 開口向左

17

學測題目

選填第 F 題

F. 某公司為了響應節能減碳政策，決定在五年後將公司該年二氧化碳排放量降為目前排放量的 75%。公司希望每年依固定的比率(當年和前一年排放量的比)逐年減少二氧化碳的排放量。若要達到這項目標，則該公司每年至少要比前一年減少 (24).(25) % 的二氧化碳的排放量。(計算到小數點後第一位，以下四捨五入。)

寰宇升大產品教材

此題只要依照平均率的基本概念列式後，再透過對數基本性質與查表法，即可順利求解。

高中一年級數學（下）

第一章 第 **3** 節　主題 **1**　對數的定義與性質(1)

觀念二　性質

【性質 1】$\log_a m+\log_a n=\log_a mn$　（對數相加，真數相乘）

【性質 3】$\log_a b^t=t\log_a b$　（真數的次方，可提出作係數）

第一章 第 **5** 節　主題 **1**　對數表的應用

觀念一　查表

【原理】$\log N$ 表示以 10 為底的常用對數，當 $1\le N<10$，$N\in R\Rightarrow$ 利用對數表查 $\log N$。

例：1. $\log 1.18=0.0719$

2. $\log 1.167=0.0671$

3. $\log a=0.0492\Rightarrow a=1.12$

4. $\log b=0.0742\Rightarrow b=1.186$

18

學測題目

選填第 **G** 題

G. 坐標空間中 xy 平面上有一正方形，其頂點為 $O(0,0,0)$, $A(8,0,0)$, $B(8,8,0)$, $C(0,8,0)$。另一點 P 在 xy 平面的上方，且與 O, A, B, C 四點的距離皆等於 6。若 $x+by+cz=d$ 為通過 A , B , P 三點的平面，則 $(b,c,d)=($ ㉖ , ㉗ , ㉘ $)$。

寰宇升大產品教材

本題只要能在空間坐標系上描繪出 ***O***、***A***、***B***、***C*** 四點後，再透過觀察理解 ***P*** 點位置必在該正方形上方位置後，利用畢氏定理與平面方程式的基本概念即可輕易解題。

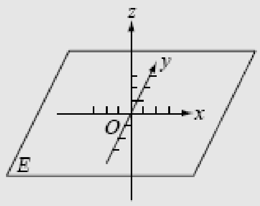
高中二年級數學（上）

第二章 第 **2** 節　主題 **1**　空間坐標系

觀念一　空間坐標系的建立

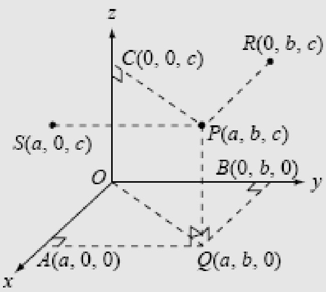
【定義】1. 在水平面 E 上，建立 $x-y$ 坐標系。

2. 過原點 O，作一直線垂直於平面 E，稱為 z 軸，用來表示一點在空間中的高度。
3. 通常只畫出 x、y、z 三個坐標軸的正方向，來表示空間坐標系。
4. 三個軸向將空間切割為 8 份，每一部分稱為「卦限」。



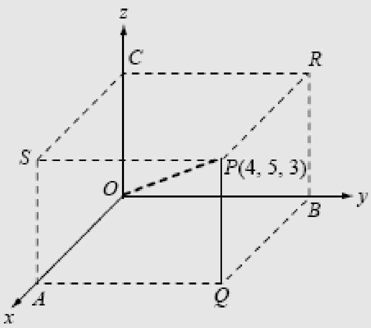
【原理】已知空間坐標系中一點 $P(a,b,c)$，則 P 點：

1. 在 x 軸的投影點 $=A(a,0,0)\Rightarrow\overline{OA}=a$
   在 y 軸的投影點 $=B(0,b,0)\Rightarrow\overline{OB}=b$
   在 z 軸的投影點 $=C(0,0,c)\Rightarrow\overline{OC}=c$
2. 在 xy 平面上的投影點 $=Q(a,b,0)$
   在 yz 平面上的投影點 $=R(0,b,c)$
   在 xz 平面上的投影點 $=S(a,0,c)$



【例說】空間中一點 $P(4,5,3)$，則：

1. P 在 x 軸的投影點 $=A(4,0,0)$
   P 在 y 軸的投影點 $=B(0,5,0)$
   P 在 z 軸的投影點 $=C(0,0,3)$
2. P 在 xy 平面的投影點 $=Q(4,5,0)$
   P 在 yz 平面的投影點 $=R(0,5,3)$
   P 在 xz 平面的投影點 $=S(4,0,3)$



第二章 第 **4** 節　主題 **1**　空間中的平面方程式

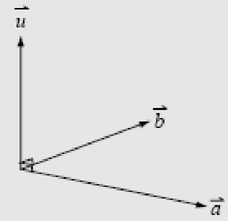
觀念一　公垂向量

【運算法則】$\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$稱爲二階行列式，計算方法爲$\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc$。

例：$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = 1\times 5 - 2\times(-3) = 11$

【定義】已知空間中二向量$\vec{a}$、$\vec{b}$，若$\vec{u}\perp\vec{a}$且$\vec{u}\perp\vec{b}$，

則$\vec{u}$稱爲$\vec{a}$、$\vec{b}$的公垂向量。

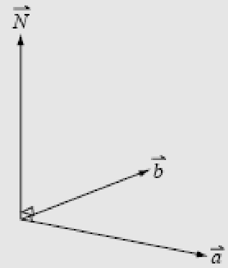


【注意】1. 空間中才有公垂向量的存在，平面則無。

2. $\vec{a}$與$\vec{b}$的公垂向量有無限多個。

【公式】$\begin{cases} \vec{a} = (a_1, a_2, a_3) \\ \vec{b} = (b_1, b_2, b_3) \end{cases}$爲空間中已知向量

$\Rightarrow \vec{N} = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right)$爲$\vec{a}$與$\vec{b}$的公垂向量。



【證明】1° 設$\vec{a}$、$\vec{b}$的公垂向量爲$\vec{N} = (x, y, z)$

已知$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$，$\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$

$\because \vec{N}\perp\vec{a} \quad \therefore \vec{N}\cdot\vec{a} = 0 \Rightarrow a_1x + a_2y + a_3z = 0$

$\because \vec{N}\perp\vec{b} \quad \therefore \vec{N}\cdot\vec{b} = 0 \Rightarrow b_1x + b_2y + b_3z = 0$

2° 將z的部分視爲常數，聯立解x、y

$\Rightarrow \begin{cases} a_1x + a_2y = -a_3z \cdots\cdots ① \\ b_1x + b_2y = -b_3z \cdots\cdots ② \end{cases}$

$① \times b_2 - ② \times a_2 \Rightarrow (a_1b_2 - a_2b_1)x = (a_2b_3 - a_3b_2)z$

$\Rightarrow x = \dfrac{a_2b_3 - a_3b_2}{a_1b_2 - a_2b_1} z$

$① \times b_1 - ② \times a_1 \Rightarrow (a_2b_1 - a_1b_2)y = (a_1b_3 - a_3b_1)z$

$\Rightarrow y = \dfrac{a_1b_3 - a_3b_1}{a_2b_1 - a_1b_2} z \xrightarrow[\text{交換}]{\text{前後}} \dfrac{a_3b_1 - a_1b_3}{a_1b_2 - a_2b_1} z$

19

學測題目

選填第 **H** 題

H. 有一橢圓與一雙曲線有共同的焦點F_1、F_2，且雙曲線的貫軸長和橢圓的短軸長相等。設P爲此橢圓與雙曲線的一個交點，且$\overline{PF_1}\times\overline{PF_2} = 64$，則$\overline{F_1F_2} =$ ㉙㉚ 。

寰宇升大產品教材

此題只要掌握橢圓與雙曲線的定義與性質，進而依題意列式後，再進一步運算便可順利解題。

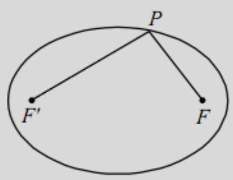
高中二年級數學（下）

第一章 第 **3** 節　主題 **1**　橢圓的定義

觀念一　橢圓之焦半徑定義

【性質】已知F、F'爲二定點，P爲動點，令$\overline{PF} + \overline{PF'} = 2a$

1. 若$\overline{FF'} < 2a$，則P點的軌跡圖形爲橢圓。



觀念二　橢圓圖形的特徵元素

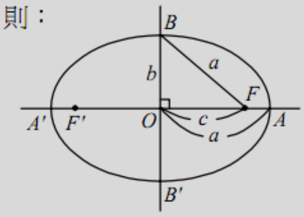
【公式】已知橢圓的長軸半徑長$=a$，短軸半徑長$=b$，焦距$=c$，則：

1. $a^2=b^2+c^2$

說明 $\overline{BF}=a$，ΔBOF 爲直角三角形

由畢式定理可得 $a^2=b^2+c^2$

2. 正焦弦長$=\dfrac{2b^2}{a}$



第一章 第 **4** 節　主題 **1**　雙曲線的定義

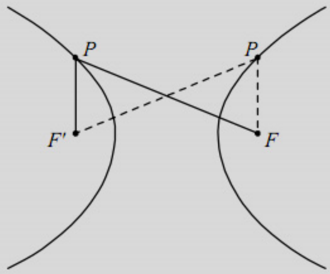
觀念一　雙曲線之焦半徑定義

【原理】1. 坐標平面上，二定點F、F'，若P點至兩定點的距離差爲定值，即$|\overline{PF}-\overline{PF'}|=2a$，則這樣的 P 點所成圖形稱爲雙曲線，其中F與F'稱爲雙曲線的兩焦點。

例：$|\overline{P_1F}-\overline{P_1F'}|=|5-9|=4$

$|\overline{P_2F}-\overline{P_2F'}|=|10-6|=4$

$\Rightarrow P_1$、P_2皆爲動點 P 所形成之雙曲線 $|\overline{PF}-\overline{PF'}|=4$ 上的點



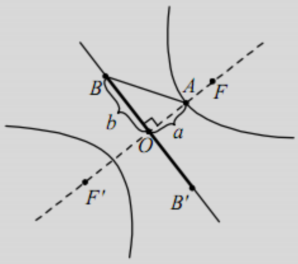
觀念二　雙曲線的特徵元素

【公式】已知雙曲線的貫軸半長$=a$，共軛軸半長$=b$，焦距$=c$，則：

1. $c^2=a^2+b^2$

說明 規定 $b^2=c^2-a^2$

$\therefore c^2=a^2+b^2$，$\overline{AB}=c$



20

學測題目

選塡第 **I** 題

I. 在ΔABC中，$\overline{AB}=10$，$\overline{AC}=9$，$\cos\angle BAC=\dfrac{3}{8}$。設點$P$、$Q$分別在邊$AB$、$AC$上使得$\Delta APQ$之面積爲$\Delta ABC$面積之一半，則$\overline{PQ}$之最小可能值爲$\dfrac{㉛㉜}{㉝}$。(化成最簡分數)

寰宇升大產品教材

此題可先利用三角形面積求得結果，再利用餘弦定理與算幾不等式進行解題。

高中二年級數學（上）

第二章 第 **5** 節　主題 **1**　正弦、餘弦投影定理

觀念三　餘弦定理

【定理】1. SAS：$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

第二章 第 **5** 節　主題 **3**　面積

觀念一　三角形的面積

【公式 1】二邊一夾角：$\Delta ABC=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}bc\sin A$

【證明 1】$\Delta ABC=\dfrac{1}{2}ah=\dfrac{1}{2}(ab\sin C)=\dfrac{1}{2}ab\sin C$

同理$\Delta ABC=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}bc\sin A$