



觀念 1

正分數比大小

1. 同分母，比較分子

分子越大者，分數越大。例： $\frac{2}{11} < \frac{3}{11} < \frac{5}{11}$

2. 同分子，比較分母

分母越大者，分數越小。例： $\frac{3}{7} > \frac{3}{10} > \frac{3}{11}$

3. 分子、分母差值固定（即分子、分母同加或同減一正數）

若 $a > b > 0$ ，則：

(1) 真分數： $\frac{b}{a} < \frac{b+1}{a+1} < \frac{b+2}{a+2} < \dots$ 例： $\frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \dots$



口訣 真分數比較大小：當分子、分母相差一樣時，數字大，其值真的變大。

(2) 假分數： $\frac{a}{b} > \frac{a+1}{b+1} > \frac{a+2}{b+2} > \dots$ 例： $\frac{8}{5} > \frac{10}{7} > \frac{12}{9} > \dots$



口訣 假分數比較大小：當分子、分母相差一樣時，數字大是假的，其值變小。

例：(1) 試比較 $\frac{36}{37}$ 、 $\frac{37}{38}$ 、 $\frac{38}{39}$ 大小

$$\frac{36}{37} = 1 - \frac{1}{37} \quad \frac{37}{38} = 1 - \frac{1}{38} \quad \frac{38}{39} = 1 - \frac{1}{39}$$

$$\therefore \frac{1}{37} > \frac{1}{38} > \frac{1}{39} \quad \therefore \frac{36}{37} < \frac{37}{38} < \frac{38}{39}$$

(2) 試比較 $\frac{111}{98}$ 、 $\frac{211}{198}$ 、 $\frac{311}{298}$ 大小

$$\frac{111}{98} = 1 + \frac{13}{98} \quad \frac{211}{198} = 1 + \frac{13}{198} \quad \frac{311}{298} = 1 + \frac{13}{298}$$

$$\therefore \frac{13}{98} > \frac{13}{198} > \frac{13}{298} \quad \therefore \frac{111}{98} > \frac{211}{198} > \frac{311}{298}$$

範例 1

比較下列各數的大小：

1. $\frac{2}{35}$ 、 $\frac{3}{43}$ 、 $\frac{4}{59}$ 2. $\frac{19}{7}$ 、 $\frac{8}{3}$ 、 $\frac{14}{5}$

解

$$1. \quad \frac{2}{35} = \frac{2 \times 6}{35 \times 6} = \frac{12}{210} \quad \frac{3}{43} = \frac{3 \times 4}{43 \times 4} = \frac{12}{172} \quad \frac{4}{59} = \frac{4 \times 3}{59 \times 3} = \frac{12}{177}$$

$$\therefore \frac{12}{210} < \frac{12}{177} < \frac{12}{172} \quad \text{故} \quad \frac{2}{35} < \frac{4}{59} < \frac{3}{43}$$

$$2. \quad \frac{19}{7} = \frac{19 \times 15}{7 \times 15} = \frac{285}{105} \quad \frac{8}{3} = \frac{8 \times 35}{3 \times 35} = \frac{280}{105} \quad \frac{14}{5} = \frac{14 \times 21}{5 \times 21} = \frac{294}{105}$$

$$\therefore \frac{280}{105} < \frac{285}{105} < \frac{294}{105} \quad \text{故} \quad \frac{8}{3} < \frac{19}{7} < \frac{14}{5}$$

範例 2

比較下列各數的大小：

$$1. \frac{10}{17}, \frac{8}{15}, \frac{6}{13} \quad 2. \frac{176}{101}, \frac{164}{89}, \frac{148}{73}$$

解

1. \because 此三個分數的分子、分母都相差7且皆為真分數

$$\text{故 } \frac{10}{17} > \frac{8}{15} > \frac{6}{13}$$

2. \because 此三個分數的分子、分母都相差75且皆為假分數

$$\text{故 } \frac{176}{101} < \frac{164}{89} < \frac{148}{73}$$

範例 3

甲、乙、丙三人同時出發繞圓形跑道，甲31分鐘走2公里，乙44分鐘走3公里，丙57分鐘走4公里，請問誰的速率最快，誰的速率最慢？

解

$$\text{速率} = \frac{\text{距離}}{\text{時間}} \quad \text{甲}_{\text{速}} = \frac{2}{31} = \frac{12}{186} \quad \text{乙}_{\text{速}} = \frac{3}{44} = \frac{12}{176} \quad \text{丙}_{\text{速}} = \frac{4}{57} = \frac{12}{171}$$

$$\therefore \frac{12}{186} < \frac{12}{176} < \frac{12}{171} \quad \therefore \text{甲}_{\text{速}} < \text{乙}_{\text{速}} < \text{丙}_{\text{速}}$$

故丙最快，甲最慢

範例 4

多啦A夢與大雄買同一廠牌的飲料，多啦A夢買450毫升需17元，大雄買300毫升需13元，請問誰買的較划算？

解

$$\text{多啦A夢} : 450\text{ml} \Rightarrow 17 \text{元}, 1\text{ml} \Rightarrow \frac{17}{450} = \frac{34}{900} \text{元}$$

$$\text{大雄} : 300\text{ml} \Rightarrow 13 \text{元}, 1\text{ml} \Rightarrow \frac{13}{300} = \frac{39}{900} \text{元}$$

$$\therefore \frac{34}{900} < \frac{39}{900} \quad \text{故多啦A夢較划算}$$