[排列組合計算法]

$\because\ n(S)=\underset{\text{正或反}}{2}\times\underset{\text{正或反}}{2}\times\underset{\text{正或反}}{2}=2^3$

$n(A)=\underbrace{\dfrac{3!}{2!}}_{\text{“正正反”之排列數}}=3$

$n(B)=\dfrac{3!}{2!}+\underset{\text{全正}}{1}=4$

$n(C)=2^3-\underset{\text{全反}}{1}=7$

$\therefore\ P(A)=\dfrac{3}{8}$，$P(B)=\dfrac{1}{2}$，$P(C)=\dfrac{7}{8}$

[範例二]

袋中有白球、紅球、黑球各 3 個，每球被取出的機會均等，自袋中一次取出二球，二球不同色的事件爲 A，求 $P(A)$

答 $\dfrac{3}{4}$

解 [排列組合計算法]將所有球皆視爲不同！

$n(S)=C^9_2$（自 9 個相異球中，任取二球的方法數）

$n(A)=\underbrace{C^3_1\times C^3_1}_{\text{白球、紅球各一}}+\underbrace{C^3_1\times C^3_1}_{\text{紅球、黑球各一}}+\underbrace{C^3_1\times C^3_1}_{\text{黑球、白球各一}}$

$\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{C^3_1\times C^3_1+C^3_1\times C^3_1+C^3_1\times C^3_1}{C^9_2}=\dfrac{27}{36}=\dfrac{3}{4}$

說明：分別以 W、R、B 表示取出白球、紅球、黑球，

則樣本空間 $=\{WW, RR, BB, WR, RB, BW\}$

二球不同色的事件 $=\{WR, RB, BW\}$

若依據這個樣本空間，得到二球不同色的發生機率 $=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$，爲什麼呢？

$\because$ 這個樣本空間內，各個基本事件的發生機會並不均等

(i) 取出 WW 的情形：設三白球不相同，表爲 W_1、W_2、W_3，則取出 WW 的方法數應爲 $C^3_2=3$ 種

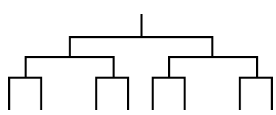
(ii) 取出 WR 的情形：三白球爲 W_1、W_2、W_3，三紅球 R_1、R_2、R_3，則取出 WR 的方法數爲 $C^3_1\times C^3_1=9$ 種

$\Rightarrow$ WW 與 WR 的發生機會並不均等，不可代入拉普拉斯之古典機率

$\therefore$ 須將每個球看成不同的球！

[範例三]

有 A、B、C、…、H 八隊如圖安排賽程。如果 A 隊實力最強，B 隊次之，求任意安排下，使 A 隊能得冠軍而 B 能得亞軍之機率？



答 $\dfrac{4}{7}$

解 1° 先將八隊任意分成(4，4)兩組。

2° 再將每組分成(2，2)$\Rightarrow \dfrac{C_4^8 C_4^4}{2!}\times(\dfrac{C_2^4 C_2^2}{2!})^2$

其中 A、B 在(4，4)中分成不同兩組，如此才能 A 得冠軍，B 得亞軍

$\Rightarrow C_3^6 C_3^3(\dfrac{C_2^4 C_2^2}{2!})^2 \quad \therefore P=\dfrac{C_3^6 C_3^3(\dfrac{C_2^4 C_2^2}{2!})^2}{\dfrac{C_4^8 C_4^4}{2!}(\dfrac{C_2^4 C_2^2}{2!})^2}=\dfrac{4}{7}$

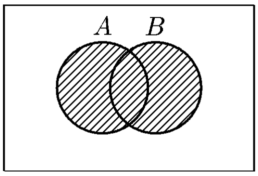
第2節　機率的性質

主題 1　機率的運算性質

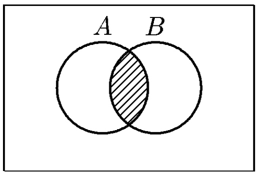
[觀念一] 事件之間的關係

1. 原理：

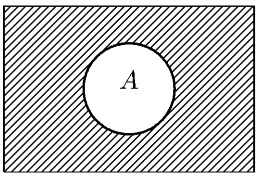
(1) $A\cup B$ 表示由事件 A 和事件 B 的所有樣本所構成的事件，叫做 A 和 B 的<u>和事件</u>。



(2) $A\cap B$ 表示由事件 A 和事件 B 的所共有的樣本所構成的事件，叫做 A 和 B 的<u>積事件</u>。



(3) A' 表示不在 A 中的樣本所構成的事件，叫做 A 的<u>餘事件</u>。



(4) 如果 $A\cap B=\phi$ ，則稱 A ，B <u>互斥</u>或稱 A ，B 為<u>互斥事件</u>。
也就是說事件 A 和事件 B 不可能同時發生。