名師學院升大系列數學科（甲）_102 指考命中率比對

一、整體試題分析

今年數學（甲）指考題目較去年靈活，難度也比去年高一些。但命題方向仍舊強調基本觀念的運用，大多數的考題皆屬觀念題，無繁雜的計算。從題型來看，有近三分之二的考題需利用向量、空間、幾何觀念來解題，試題偏重分析與觀念的運用，只背公式的同學恐難以獲得理想的成績。

今年名師學院的數學教材幫助同學掌握許多指考的觀念與題型，尤其是多選第 8 題考函數 $f(x)=|\sin x|+|\cos x|$ 的性質，名師學院即精準命中相同的考題，而名師學院也有類似非選第二題矩陣線性變換的考題。

單選第 1 題，考的是複數的絕對值，只要熟悉複數的計算性質就能解出答案；多選第 6 題考聯立方程組的幾何意義，名師學院的講義已將重點有條有理地整理出來，只要熟讀講義上的觀念即可輕鬆得分。

又如選填第 A 題考空間觀念，只要利用餘弦定理即可輕鬆解出答案；選填第 B 題則是考直線斜率的範圍，名師學院的講義有很完整的重點整理，只要理解直線旋轉時斜率會如何變化，就能輕鬆掌握解題的關鍵；多選第 5 題則考空間中的直線性質與插值多項式，只要熟讀講義中的觀念再配合簡單的計算即可得分。

由以上考題的分析可知，名師學院升大系列課程一向強調紮實的基本觀念與靈活運用觀念的學習方向，與指考命題方向一致幾乎是不辯自明。因此，只要同學能夠按部就班地使用名師學院的教材，要考取高分絕對沒問題！

精采的比對結果，請參考以下列表，有更完整的內容呈現哦！

二、試題比對

1.

102 指考
多選第 8 題

8. 考慮函數 $f(x)=|\sin x|+|\cos x|$，其中 x 爲任意實數。請選出正確的選項。

(1) $f(-x)=f(x)$ 對所有實數 x 均成立

(2) f 的最大值爲 $\sqrt{2}$

(3) f 的最小值爲 0

(4) $f(\frac{\pi}{10})>f(\frac{\pi}{9})$

(5) 函數 f 的（最小正）週期爲 π

名師學院
升大系列
高中三年級
數學（上）
講義第 84 頁

高中三年級數學（上）
第二章　第 1 節　主題 5　觀念四　複雜函數的週期變化

2. 求 $f(x)=|\cos x|+|\sin x|$ 的週期。

$\cos(x+\frac{\pi}{2})=-\sin x$，$\sin(x+\frac{\pi}{2})=\cos x$

可用 $p=\frac{\pi}{2}$ 測試

$$\Rightarrow f(x+\frac{\pi}{2})=|\cos(x+\frac{\pi}{2})|+|\sin(x+\frac{\pi}{2})|$$
$$=|-\sin x|+|\cos x|=|\sin x|+|\cos x|$$
$$=f(x)$$

故週期 $p=\frac{\pi}{2}$

高中三年級
數學（上）
講義第 88 頁

高中三年級數學（上）
第二章　第 2 節　主題 1　精選類題　類題一

類題一

求下列函數的最大值與最小值。

(1) $f(x)=\sin x+\cos x$。

(2) $f(x)=\sin x-\cos x$。

答 (1) 最大值 $\sqrt{2}$，最小值 $-\sqrt{2}$

(2) 最大值 $\sqrt{2}$，最小值 $-\sqrt{2}$

分析 1° $\because (\sin x+\cos x)^2=\underbrace{\sin^2 x+2\sin x\cos x+\cos^2 x}_{\text{和爲}1}=1+2\sin x\cos x$

$\therefore$ 令 $\sin x+\cos x=t$，則 $\sin x\cdot\cos x=\frac{t^2-1}{2}$

2° $\because (\sin x-\cos x)^2=1-2\sin x\cdot\cos x$

$\therefore$ 令 $\sin x-\cos x=k$，則 $\sin x\cdot\cos x=\frac{1-k^2}{2}$

常用公式

解 令 $t=\sin x\pm\cos x=\sqrt{2}(\sin x\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\pm\cos x\cdot\frac{1}{\sqrt{2}})$

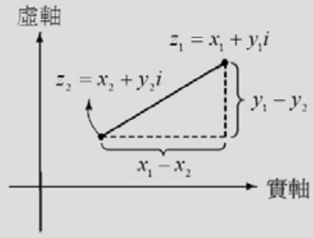
$=\sqrt{2}\sin(x\pm 45°)$

$=\sqrt{2}\sin\theta$　（其中 $\theta=x\pm 45°$）

$\Rightarrow -\sqrt{2}\le t\le\sqrt{2}$　$(\because -1\le\sin\theta\le 1)$

(1) 當 $f(x)=\sin x+\cos x$ 時，最大值爲 $\sqrt{2}$，最小值爲 $-\sqrt{2}$

(2) 當 $f(x)=\sin x-\cos x$ 時，最大值爲 $\sqrt{2}$，最小值爲 $-\sqrt{2}$

2.	**102 指考** 非選第二題	二. 設 $A(1,0)$、$B(0,1)$ 為坐標平面上兩點，C 為直線 AB 外一點。經平面線性變換 M 作用後，A 被映射至 $A'(1,\sqrt{2})$、B 被映射至 $B'(-1,\sqrt{2})$，而 C 被映射至 C'。 (1) 試問變換 M 的矩陣為何？（4 分） (2) 試證明變換 M 將 ΔABC 的重心映射至 $\Delta A'B'C'$ 的重心。（4 分） (3) 若 ΔABC 的面積為 3，試求點 C' 與直線 $A'B'$ 的距離。（4 分）
	名師學院 升大系列 高中二年級 數學（下） 講義第 151 頁	高中二年級數學（下） 第一章　第 4 節　主題 7　精選類題　類題一 **類題一** 矩陣 $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 所代表的線性變換，把平面坐標 $(1,0)$，$(\sqrt{3},1)$ 分別變為 $(\frac{3}{4},\frac{\sqrt{3}}{4})$，$(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2})$，試求： (1) 矩陣 A (2) 上述線性變換將點 $P(2,2)$ 變成 Q 點，求經過 P、Q 及原點 O 的圓方程式 **答** (1) $\begin{bmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$　(2) $x(x-2)+y(y-2)=0$ **解** (1) 已知 $A\begin{bmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A=\begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$
3.	**102 指考** 單選第 1 題	1. 設 z 為一複數，且 $\frac{z-2}{z+2}=i$（其中 $i=\sqrt{-1}$ 為虛數單位）。試問 z 的絕對值 $\lvert z\rvert$ 為下列哪一個選項？ (1) $\frac{1}{2}$　(2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　(3) 1　(4) $\sqrt{2}$　(5) 2
	名師學院 升大系列 高中三年級 數學（上） 講義第 113 頁	高中三年級數學（上） 第二章　第 3 節　主題 1　觀念二　絕對值 **觀念二　絕對值** 【定義】在複數平面上，以 $\lvert z\rvert$ 表示 z 與原點的距離。 【公式】若 $z=x+yi$，x、$y\in R$，則 $\lvert z\rvert=\lvert x+yi\rvert=\sqrt{x^2+y^2}$ 【性質】複數平面上，$z_1=x_1+y_1i$，$z_2=x_2+y_2i$，則 $\lvert z_1-z_2\rvert$ 表 z_1 與 z_2 二點的距離 $=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$ 

<table>
<tr>
<td rowspan="2">**4.**</td>
<td>**102 指考**
多選第 6 題</td>
<td>

6. 設 c 為實數，E_1、E_2、E_3 皆為坐標空間中的平面，其方程式如下：

E_1：　$cx+y=c$

E_2：　$cy+z=0$

E_3：　$x+cz=1$

已知 E_1、E_2、E_3 有一個交點的 z 坐標為 1，請選出正確的選項。

(1) $(1,0,0)$ 是 E_1、E_2、E_3 的一個交點

(2) E_1、E_2、E_3 有無窮多個交點

(3) E_1、E_2、E_3 中一定有兩個平面重合

(4) $c=1$

(5) E_1、E_2、E_3 有一個交點的 z 坐標為 2

</td>
</tr>
<tr>
<td>名師學院
升大系列
高中二年級
數學（下）
講義第 87、88 頁</td>
<td>

高中二年級數學（下）

第二章　第 3 節　主題 2　觀念一　方程組的幾何意義

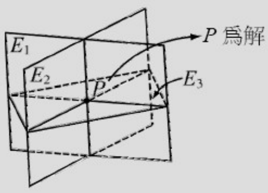
觀念一　方程組的幾何意義

【原理】$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \end{cases}$

1. 上列每一個方程式在空間中皆代表一個平面，求解聯立方程組在幾何意義上，便是討論三平面交集的情形。
2. 對應方程組的解有三種情形：（共有八種幾何關係）

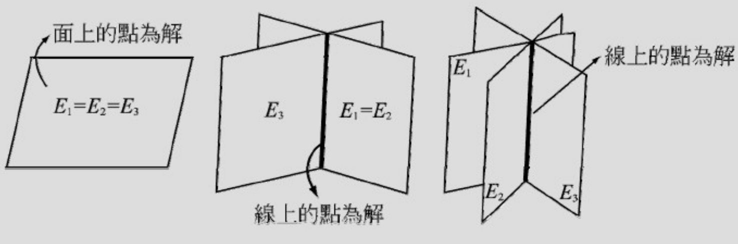
(1) 恰一組解：恰有一個點同時在三個平面上。

$\Rightarrow \Delta \neq 0$



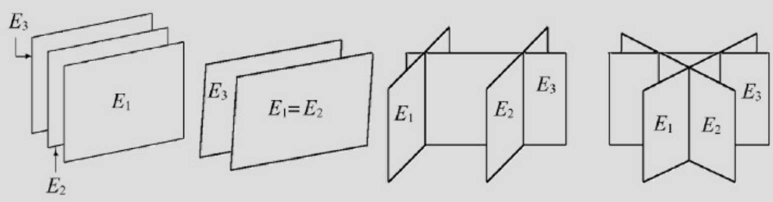
(2) 無限多解：無限多個點同時在三個平面上。

$\Rightarrow \Delta = \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0$



(3) 無解：沒有任何一點可以同時在三個平面上。

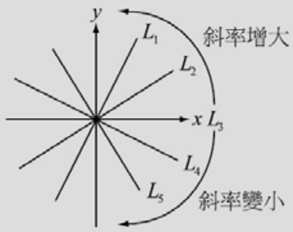
$\Rightarrow \Delta = 0$



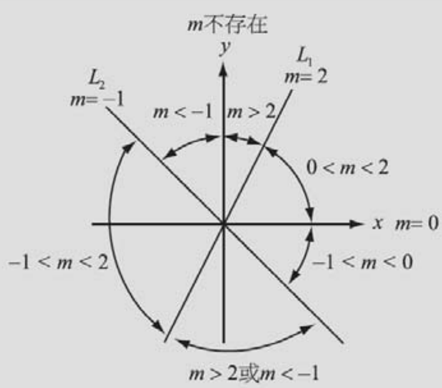
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2">5.</td><td>102 指考
選填第 A 題</td><td>A. 設 A、B、C、D為空間中四個相異點，且直線 CD垂直平面 ABC。已知 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=10$， $\sin\angle ABC=\frac{4}{5}$，且 $\angle ABC$為銳角，則 $\overline{AD}=$ ⑩$\sqrt{⑪}$ 。（化成最簡根式）</td></tr>
<tr><td>名師學院
升大系列
高中二年級
數學（上）
講義第 14 頁</td><td>高中二年級數學（上）
第二章　第 3 節　主題 1　觀念三　餘弦定理

觀念三　餘弦定理
【定理】1. 已知兩邊一夾角(SAS)
$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$
2. 已知三邊(SSS)
$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$，$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">6.</td><td>102 指考
選填第 B 題</td><td>B. 設 m為實數。若圓 $x^2+y^2+4x-7y+10=0$與直線 $y=m(x+3)$在坐標平面上的兩個交點位於不同的象限，而滿足此條件的 m之最大範圍為 $a<m<b$，則 $a=\frac{⑫}{⑬}$ 、$b=\frac{⑭}{⑮}$ 。（化成最簡分數）</td></tr>
<tr><td>名師學院
升大系列
高中一年級
數學（上）
講義第 48、49 頁</td><td>高中一年級數學（上）
第三章　第 1 節　主題 4　觀念二　斜率的範圍

觀念二　斜率的範圍
【原理】以鉛直線為分界，逆時針方向旋轉，斜率增大；順時針方向旋轉，斜率變小。


L_1、L_2、…、L_5之斜率分別為m_1、m_2、…、m_5
$\Rightarrow \underbrace{m_5<m_4}_{-}<\underset{0}{m_3}<\underbrace{m_2<m_1}_{+}$

【例說】L_1的斜率為 2，L_2的斜率為 −1，則直線在平面上各區間的斜率變化如右圖所示：

</td></tr>
</table>

7.	**102 指考** 多選第 5 題	5. 令 $A(-2,0)$、$B(0,1)$、$C(2,1)$、$D(4,3)$爲坐標平面上四點。請選出正確的選項。 (1) 恰有一直線通過 A、B、C三點 (2) 恰有一圓通過 A、B、D三點 (3) 恰有一個二次多項式函數的圖形通過 B、C、D三點 (4) 恰有一個三次多項式函數的圖形通過 A、B、C、D四點 (5) 可找到兩平行直線，其聯集包含 A、B、C、D四點
	名師學院 升大系列 高中一年級 數學（上） 講義第 **93** 頁	高中一年級數學（上） 第二章　第 **3** 節　主題 **8**　觀念一　插值多項式 **觀念一　插值多項式** 【原理】設$(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$為坐標平面上三點，則欲尋求一多項式圖形通過此三點，可設該多項式 $f(x)$ 為： $f(x)=y_1\cdot\frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}+y_2\cdot\frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}+y_3\cdot\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$ 上述多項式稱為拉格朗日(*Lagrange*)插值多項式，而尋找此一同時通過多點之多項式的方法稱為拉格朗日插值法。
	高中二年級 數學（上） 講義第 **66** 頁	高中二年級數學（上） 第二章　第 **1** 節　主題 **3**　觀念二　平行線的直線假設法 **觀念二　平行線的直線假設法** 【公式】互相平行的直線假設 與直線 $ax+by+c=0$ 平行的直線可表爲 $ax+by+k=0$ 或 $ax+by=k$。 例：直線 $3x-5y+2=0$ 與直線 $3x-5y+12=0$ 互相平行