

名師學院升大系列數學科_103 學測命中率比對

一、整體試題分析

本次數學科學測題目中間偏易，整體來說和往年相比屬於較簡單，大部分的考題都屬於觀念題，沒有複雜的計算題，只要是看過名師學院升大系列課程的同學，一定都曉得寰宇名師教材最重視的就是「以掌握觀念的方式來學習數學」，所以基本上同學只要觀念清楚，在這次考試中要得到高分應該不難。

在本次數學科學測試題的題型上，平面坐標幾何與三角函數相關的題目較多，其次為多項式相關的概念。熟讀寰宇名師教材的同學在本次學測中，作答時可能會覺得有些試題似曾相識，例如單選第 5 題，利用二項式定理可觀察出有理數和無理數係數的數值；單選第 6 題，利用條件機率及貝氏定理即可求出對應條件下的機率；選填第 A 題，為三角函數邊角關係的標準應用；以上考題在名師學院升大系列課程中都可找到非常類似的題型。由此可見，名師學院的教材與學測的趨勢相當契合，平時有認真研讀名師學院升大系列課程的同學一定都能夠順利作答。

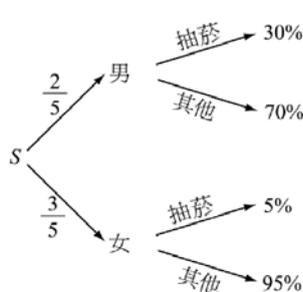
此外，以多選第 3 題來說，同學只要了解斜率的定義，即可判斷出正確答案；而多選第 4 題，同學只要依據講義中勘根定理的整理，便可判斷答案。

學測題目考觀念不考計算，上述觀念在名師學院升大系列課程都有詳盡的介紹，因此同學只要能夠配合老師講解，並在課後紮實地練習教材中的綜合練習，相信此次學測必能拿下好成績。綜合以上可知，名師學院升大系列課程一向強調紮實的基本觀念與靈活運用觀念的學習方向，與學測命題方向一致幾乎是不辯自明。因此，只要同學能夠按部就班地使用名師學院教材，要考取高分絕對沒問題！

其餘精采的比對結果，請參考以下列表，有更完整的內容呈現哦！

二、試題比對

	<p>103 學測 單選第 5 題</p>	<p>5. 設 $(1+\sqrt{2})^6 = a+b\sqrt{2}$，其中 a, b 為整數。請問 b 等於下列哪一個選項？</p> <p>(1) $C_0^6 + 2C_2^6 + 2^2C_4^6 + 2^3C_6^6$</p> <p>(2) $C_1^6 + 2C_3^6 + 2^2C_5^6$</p> <p>(3) $C_0^6 + 2C_1^6 + 2^2C_2^6 + 2^3C_3^6 + 2^4C_4^6 + 2^5C_5^6 + 2^6C_6^6$</p> <p>(4) $2C_1^6 + 2^2C_3^6 + 2^3C_5^6$</p> <p>(5) $C_0^6 + 2^2C_2^6 + 2^4C_4^6 + 2^6C_6^6$</p>
1.	<p>名師學院 升大系列</p> <p>高中一年級 數學(下) 講義第 94、95 頁</p>	<p>高中一年級數學(下) 第二章 第 3 節 主題 1 二項式定理 類題二 類題二</p> <p>利用二項展開式展開 $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^{100}$，其中有多少項為有理數？</p> <p>答 26 項</p> <p>解 $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^{100}$ 展開式的一般項 = $C_r^{100}(\sqrt{2})^{100-r}(\sqrt[3]{3})^r$，其中 $r=0, 1, 2, \dots, 100$</p> <p>若 $(\sqrt{2})^{100-r} \in Q \Rightarrow 100-r$ 為偶數……①</p> <p>若 $(\sqrt[3]{3})^r \in Q \Rightarrow r$ 為 4 的倍數……②</p> <p>由①、②得 r 為 4 的倍數，共有 $\frac{100}{4} + 1 = 26$ 個</p> <p>$\therefore (\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^{100}$ 展開後有 26 項有理數</p>

<p>103 學測 單選第 6 題</p>	<p>6. 某疾病可分為兩種類型：第一類占 70%，可藉由藥物 A 治療，其每一次療程的成功率為 70%，且每一次療程的成功與否互相獨立；其餘為第二類，藥物 A 治療方式完全無效。在不知道患者所患此疾病的類型，且用藥物 A 第一次療程失敗的情況下，進行第二次療程成功的條件機率最接近下列哪一個選項？</p> <p>(1) 0.25 (2) 0.3 (3) 0.35 (4) 0.4 (5) 0.45</p>
<p>2.</p> <p>名師學院 升大系列</p> <p>高中一年級 數學（下） 講義第 135 頁</p>	<p>高中一年級數學（下） 第三章 第 3 節 主題 3 觀念一 貝氏定理 範例一</p> <p>範例一</p> <p>某地的人口總數為 3000 人，其中男性共有 1200 人，已知男性的抽菸比率為 30%，女性的抽菸比率為 5%，楊老師到此地旅遊，見一人抽菸，試求抽菸者為女生的機率。</p> <p>答 $\frac{1}{5}$</p> <p>解 $P(\text{男}) = \frac{1200}{3000} = \frac{2}{5}$, $P(\text{女}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ $P(\text{抽菸} \text{男}) = \frac{30}{100}$, $P(\text{抽菸} \text{女}) = \frac{5}{100}$ $\Rightarrow P(\text{抽菸}) \stackrel{\text{分割定理}}{=} \frac{2}{5} \times \frac{30}{100} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{100}$ $\Rightarrow P(\text{女} \text{抽菸}) \stackrel{\text{貝氏定理}}{=} \frac{\frac{3}{5} \times \frac{5}{100}}{\frac{2}{5} \times \frac{30}{100} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{100}} = \frac{1}{5}$</p> <p style="text-align: right;">  </p>

103 學測
多選第 9 題

9. 一物體由坐標平面中的點 $(-3,6)$ 出發，沿著向量 \vec{v} 所指的方向持續前進，可以進入第一象限。請選出正確的選項。

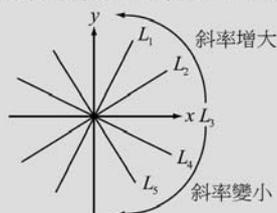
- (1) $\vec{v} = (1, -2)$
 (2) $\vec{v} = (1, -1)$
 (3) $\vec{v} = (0.001, 0)$
 (4) $\vec{v} = (0.001, 1)$
 (5) $\vec{v} = (-0.001, 1)$

高中一年級數學（上）
第二章 第 1 節 主題 4 觀念二 斜率的範圍



觀念二 斜率的範圍

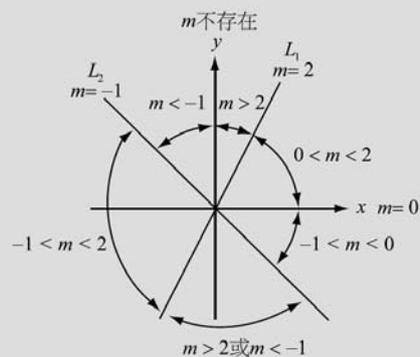
【原理】以鉛直線為分界，逆時針方向旋轉，斜率增大；順時針方向旋轉，斜率變小。



L_1, L_2, \dots, L_5 之斜率分別為 m_1, m_2, \dots, m_5

$$\Rightarrow \underbrace{m_5 < m_4 < m_3}_{-} < \underbrace{m_2 < m_1}_{+}$$

【例說】 L_1 的斜率為 2， L_2 的斜率為 -1，則直線在平面上各區間的斜率變化如右圖所示：



3.

名師學院
升大系列

高中一年級
數學（上）
講義第 48、49
頁

103 學測
多選第 10 題

10. 設 $f(x)$ 為實係數二次多項式，且已知 $f(1) > 0$ 、 $f(2) < 0$ 、 $f(3) > 0$ 。

令 $g(x) = f(x) + (x-2)(x-3)$ ，請選出正確的選項。

- (1) $y = f(x)$ 的圖形是開口向下的拋物線
- (2) $y = g(x)$ 的圖形是開口向下的拋物線
- (3) $g(1) > f(1)$
- (4) $g(x) = 0$ 在 1 與 2 之間恰有一個實根
- (5) 若 α 為 $f(x) = 0$ 的最大實根，則 $g(\alpha) > 0$

高中一年級數學(上)
第二章 第 3 節 主題 7 觀念一 勘根定理

主題 7 勘根定理



觀念一 勘根定理

【例說 1】 $f(x) = x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$

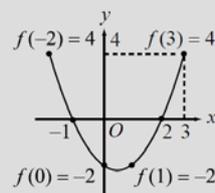
$\Rightarrow f(x) = 0$ 有兩實根 $-1, 2$

1° $f(1) \cdot f(3) = -2 \times 4 < 0$

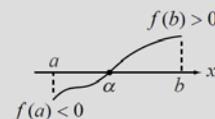
$\Rightarrow (1, 3)$ 內有一實根 2

2° $f(-2) \cdot f(0) = 4 \times (-2) < 0$

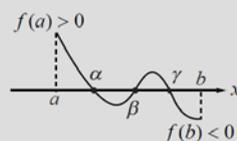
$\Rightarrow (-2, 0)$ 內有一實根 -1



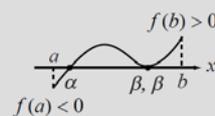
【例說 2】1. 由右圖可知 $f(a) \cdot f(b) < 0$ ，
區間 (a, b) 內有一實根 α



2. 由右圖可知 $f(a) \cdot f(b) < 0$ ，
區間 (a, b) 內有三實根 α, β, γ

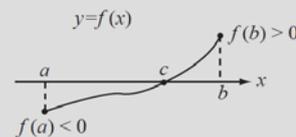


3. 由右圖可知 $f(a) \cdot f(b) < 0$ ，
區間 (a, b) 內有一實根 α ，兩重根 β, β



【性質】1. 實係數多項函數 $y = f(x)$ 與 x 軸產生的交點數 $\Leftrightarrow f(x) = 0$ 的實根數

2. $\begin{cases} f(a) < 0 \text{ 表示圖形的點在 } x \text{ 軸下方} \\ f(b) > 0 \text{ 表示圖形的點在 } x \text{ 軸上方} \end{cases}$
 \Rightarrow 在 a, b 之間的圖形必與 x 軸產生交點
 $\Rightarrow a, b$ 之間必存在實根 c 使 $f(c) = 0$



3. $f(a) \cdot f(b) < 0$ 表示圖形的點出現在 x 軸的兩側

【定理】勘根定理： $f(x) = 0$ 為實係數多項方程式，若 $f(a) \cdot f(b) < 0$ （即 $f(a)$ 、 $f(b)$ 異號），則在區間 (a, b) 內至少存在一實根。

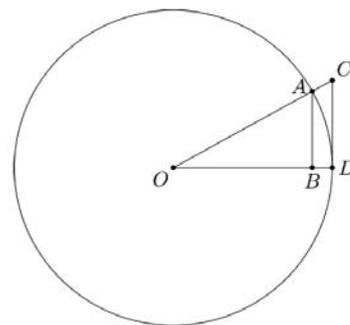
【注意】若 $f(a) \cdot f(b) > 0$ （即 $f(a)$ 、 $f(b)$ 同號），則 $f(x) = 0$ 在 (a, b) 內有偶數個實根（包含 0 個），因此可知 $f(a) \cdot f(b) > 0$ 並無判定效果

4.

高中一年級
數學(上)
講義第 110 頁

103 學測
選填第 A 題

A. 設圓 O 之半徑為 24, $\overline{OC} = 26$, \overline{OC} 交圓 O 於 A 點,
 \overline{CD} 切圓 O 於 D 點, B 為 A 點到 \overline{OD} 的垂足, 如右
 邊的示意圖。則 $\overline{AB} = \frac{\textcircled{13} \textcircled{14} \textcircled{15}}{\textcircled{16} \textcircled{17}}$ 。(化為最簡分數)



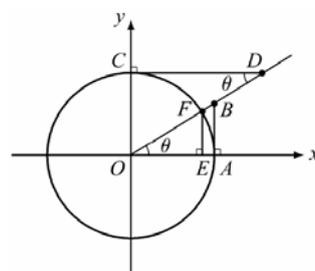
5.

名師學院
升大系列高中二年級
數學(上)
講義第 3 頁

高中二年級數學(上)
第一章 第 1 節 主題 1 觀念一 三角函數的定義 範例一

範例一

右圖為一個單位圓($r=1$), \overline{AB} 、 \overline{CD} 為切線段, F 在圓上, 張角 θ ,
 試以圓上各線段表示 θ 的六個三角函數。



答 $\sin \theta = \overline{FE}$, $\cos \theta = \overline{OE}$, $\tan \theta = \overline{AB}$, $\cot \theta = \overline{CD}$, $\sec \theta = \overline{OB}$, $\csc \theta = \overline{OD}$

分析 尋求使分母為 1 的表示法
 \Rightarrow 盡量讓分母為 \overline{OA} 、 \overline{OC} 或 \overline{OF}

解 $\sin \theta = \frac{\overline{FE}}{\overline{OF}} = \frac{\overline{FE}}{1} = \overline{FE}$, $\cos \theta = \frac{\overline{OE}}{\overline{OF}} = \frac{\overline{OE}}{1} = \overline{OE}$, $\tan \theta = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$
 $\cot \theta = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$, $\sec \theta = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$, $\csc \theta = \frac{\overline{OD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{OD}}{1} = \overline{OD}$