

名師學院升大系列數學科（乙）_103 指考命中率比對

一、整體試題分析

本次數學科（乙）指考的難度與以往的考題相較之下，屬於偏難。基本題型透過觀念、分析題意、佐以少量計算，就可以找出正確選項。但大多數的題目除了需要清楚的觀念，還需要耐心計算。考題只要是看過名師學院升大系列課程的同學，一定都曉得名師學院教材最重視的就是「以掌握觀念的方式來學習數學」，因此相信同學只要觀念清楚，並輔以細心地計算，在這次考試中要得到高分並非難事。

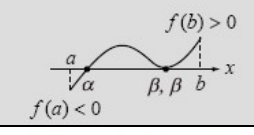
在此次數乙指考試題的題型分布上，數與量有 1 題，代數有 3 題、機率與統計各 1 題，平面向量與線性規劃各 2 題、極限 1 題、矩陣 1 題。基本的線性規劃已經連續五年以上出現在考題中，儘管基本但這類題型需要將可行解區域畫出並耐心計算。機率與統計在試卷題型中以一題包含許多小題所結合而成，除了基本求解機率、期望值的計算且閱讀文字上，必須確實明白題中敘述的意思，才能正確答出合乎題意的答案。由於機率與統計較接近生活上的應用，此類問題常伴隨著對於實境的敘述，考驗同學的閱讀理解能力。代數、數與量以及平面向量則是測試同學對於多項式函數、指對數函數等基本常見函數的掌握、矩陣基本運算、以及二維圖形基本性質與向量之間關聯的熟悉程度，其中此次出現 1 題考極限概念，相較於以往考題中，極限相關試題是鮮少出現的。

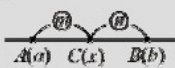
由於名師學院教材多年來不斷針對大考命題方針進行教材研發，因此今年亦如往常，精準命中許多指考題目。非選第 2 題完全命中！利用線性規劃中的目標函數，配合畫出函數圖形就可解出最小值；多選第 3 題為多項式函數中的勘根定理；多選第 7 題為分點公式、絕對值距離的基本問題；非選第 1 題則是基本的平面向量中係數積、面積的問題；多選第 4 題為機率的基本應用；多選第 5 題可以透過極限概念找出正確答案；填充第 3 題則是基本矩陣運算與計算反矩陣；以上考題在名師學院升大系列課程中都可找到非常類似的題型。相信平時認真研讀名師學院升大系列課程的同學對於這些題目一定感到不陌生。

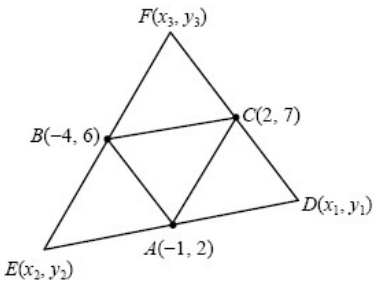
本次指考題目著重觀念及其計算的技巧，上述觀念在名師學院升大系列課程都有詳盡的介紹。綜合以上分析可知，名師學院升大系列課程一向強調紮實的基本觀念與靈活運用觀念的學習方向，與指考命題方向一致幾乎是不辯自明。因此同學只要能夠按部就班的使用名師學院的教材，要考取高分絕對沒問題！

其餘精采的比對結果，請參考以下列表，有更完整的內容呈現哦！

二、試題比對

	<p>103 指考 多選第 3 題</p>	<p>3. 三次實係數多項式 $f(x)$ 滿足 $f(-3) > 0$, $f(-2) < 0$, $f(-1) > 0$, $f(1) > 0$, $f(2) = 0$。請選出正確的選項。</p> <p>(1) $f(0) < 0$</p> <p>(2) $f(x) = 0$ 恰有一根介於 -3 與 -2 之間</p> <p>(3) $f(x) = 0$ 恰有一根介於 -2 與 0 之間</p> <p>(4) $f(x) = 0$ 在 0 與 1 之間有根</p> <p>(5) $f(x) = 0$ 在 -3 與 3 之間恰有三個根</p>
1.	<p>名師學院 升大系列</p> <p>高中一年級 數學(上) 講義第 111 頁</p>	<p>高中一年級數學(上) 第二章 第 3 節 主題 7 觀念一 勘根定理 例說 2</p> <p>【例說 2】</p> <p>1. 由右圖可知 $f(a) \cdot f(b) < 0$, 區間 (a, b) 內有一實根 α</p>  <p>2. 由右圖可知 $f(a) \cdot f(b) < 0$, 區間 (a, b) 內有三實根 α, β, γ</p>  <p>3. 由右圖可知 $f(a) \cdot f(b) < 0$, 區間 (a, b) 內有一實根 α, 兩重根 β, β</p> 
	<p>103 指考 多選第 6 題</p>	<p>6. 假設多項式 $f(x) = 2 - 2x + 4x(x-1) + x(x-1)(x-2)g(x)$, 其中 $g(x)$ 為一實係數多項式。請選出一定正確的選項。</p> <p>(1) $f(x)$ 有 $(x-1)$ 的因式</p> <p>(2) $f(x)$ 沒有 $(x+1)$ 的因式</p> <p>(3) $f(x)$ 被 $(x-2)$ 除的餘式等於 6</p> <p>(4) 0 不是 $f(x) = 0$ 的根</p> <p>(5) 通過 $(0, f(0))$、$(1, f(1))$、$(2, f(2))$ 的最低次插值多項式為 $2 - 2x + 4x(x-1)$</p>
2.	<p>名師學院 升大系列</p> <p>高中一年級 數學(上) 講義第 85 頁</p>	<p>高中一年級數學(上) 第二章 第 2 節 主題 5 觀念一 餘式定理與綜合除法</p> <p>【定理】若 $f(x)$ 表一多項式, 則 $f(x)$ 除以 $x-a$ 的餘式為 $f(a)$。</p> <p>【證明】由除法原理可知, 必存在唯一的一組多項式 $Q(x)$ 及 r (因 $x-a$ 的次數是 1, 故餘式 $r(x)$ 為一常數多項式, 可令 $r(x) = r$), 使得 $f(x) = (x-a) \cdot Q(x) + r$ 將 $x = a$ 代入上式 $\Rightarrow f(a) = (a-a) \cdot Q(x) + r = r$ 故餘式 $r = f(a)$</p> <p>【推論】若 $f(x) = (x-a) \cdot Q(x) + r$, 則餘式 $r = f(a)$。</p> <p style="text-align: center;"> <small>被除式</small> <small>除式</small> <small>商式</small> <small>餘式</small> <small>綜合除法</small> <small>代入</small> </p>

<p>高中一年級 數學(上) 講義第 86 頁</p> <p>高中一年級 數學(上) 講義第 93 頁</p>	<p>高中一年級數學(上) 第二章 第 2 節 主題 6 觀念一 一次因式</p> <p>【定理】$ax-b$ 為 $f(x)$ 之因式 $\Leftrightarrow f(\frac{b}{a})=0$</p> <p>說明 $ax-b$ 為 $f(x)$ 之因式 $\Leftrightarrow f(x)=(ax-b)\cdot Q(x)=(x-\frac{b}{a})\cdot a\cdot Q(x)\Leftrightarrow f(\frac{b}{a})=0$</p> <p>高中一年級數學(上) 第二章 第 2 節 主題 8 觀念一 插值多項式</p> <p>【原理】設 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ 為坐標平面上三點, 則欲尋求一多項式圖形通過此三點, 可設該多項式 $f(x)$ 為:</p> $f(x) = y_1 \cdot \frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)} + y_2 \cdot \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)} + y_3 \cdot \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$ <p>上述多項式稱為拉格朗日(Lagrange)插值多項式, 而尋找此一同時通過多點之多項式的方法稱為拉格朗日插值法。</p>
<p>103 指考 多選第 7 題</p> <p>3.</p>	<p>7. 三個相異實數 a, b, c 滿足 $b = \frac{4}{5}a + \frac{1}{5}c$, 如果將 a, b, c 標示在數線上, 則</p> <p>(1) b 在 a 與 c 之間</p> <p>(2) $c > b$</p> <p>(3) 若 $d = \frac{4}{3}a - \frac{1}{3}c$, 則 d 在 a 與 b 之間</p> <p>(4) a 到 c 的距離是 a 到 b 的距離的 5 倍</p> <p>(5) 如果 $b = \frac{4}{5} a + \frac{1}{5} c$, 則 $a \cdot b \cdot c > 0$</p>
<p>名師學院 升大系列</p> <p>高中一年級 數學(上) 講義第 27 頁</p>	<p>高中一年級數學(上) 第一章 第 3 節 主題 1 觀念一 數線上分點公式</p> <p>【公式】數線上三點 $A(a), C(x), B(b)$, 已知 C 在線段 \overline{AB} 上, 且 $\overline{AC} : \overline{BC} = m : n$</p> $\Rightarrow x = \frac{na + mb}{m + n} \quad (\text{口訣: } \frac{\text{交叉乘積和}}{\text{比例和}})$ <p>例: 在數線上, $C(x)$ 介於 $A(-3), B(8)$ 之間, 且 $\overline{AC} : \overline{CB} = 5 : 6$, 則 $x = \frac{(-3) \times 6 + 8 \times 5}{5 + 6} = 2$</p> 

	<p>103 指考 非選第一題</p>	<p>一、坐標平面上有三點 $O(0,0)$, $A(11,2)$, $B(23,18)$。直線 L 通過 A 點且與線段 \overline{AB} 垂直。</p> <p>(1) 求直線 L 上與 A 點距離為 5 的兩點 C, D 之坐標。(8 分)</p> <p>(2) 求 $\triangle OCD$ 的面積。(4 分)</p>
<p>4.</p>	<p>名師學院 升大系列</p> <p>高中二年級 數學(上) 講義第 140 頁</p>	<p>高中二年級(上) 第三章 第 1 節 主題 3 觀念二 向量的直角坐標表示法 範例一</p> <p>設 $A(-1, 2)$、$B(-4, 6)$、$C(2, 7)$ 分別為 $\triangle DEF$ 三邊 \overline{DE}、\overline{EF}、\overline{FD} 的中點, 試求 D、E、F 三頂點的坐標。</p> <p>答 $D(5, 3)$, $E(-7, 1)$, $F(-1, 11)$</p> <p>解 $\overline{AC} = (2, 7) - (-1, 2) = (3, 5)$ $\overline{BC} = (2, 7) - (-4, 6) = (6, 1)$</p> <p>設 $D(x_1, y_1)$、$E(x_2, y_2)$、$F(x_3, y_3)$ $\therefore \overline{AC} = \overline{EB} \quad \therefore (3, 5) = (-4 - x_2, 6 - y_2)$ $\therefore \overline{AC} = \overline{BF} \quad \therefore (3, 5) = (x_3 + 4, y_3 - 6)$ $\therefore \overline{BC} = \overline{AD} \quad \therefore (6, 1) = (x_1 + 1, y_1 - 2)$</p> <p>分別比較 x、y 坐標, 解出 $(x_1, y_1) = (5, 3)$、$(x_2, y_2) = (-7, 1)$、$(x_3, y_3) = (-1, 11)$ $\therefore D(5, 3)$、$E(-7, 1)$、$F(-1, 11)$</p> 

103 指考
非選第二題

二、某工廠可以買甲、乙兩種規格的鐵板來製作「熊大」徽章、「兔兔」徽章和「饅頭人」徽章。每塊甲規格的鐵板可以製作 8 個「熊大」徽章、4 個「兔兔」徽章及 8 個「饅頭人」徽章，每塊乙規格的鐵板可以製作 4 個「熊大」徽章、4 個「兔兔」徽章及 16 個「饅頭人」徽章。已知甲規格的鐵板每塊的成本為 400 元，乙規格的鐵板每塊的成本為 320 元；然而零售商需要 28 個「熊大」徽章、20 個「兔兔」徽章及 48 個「饅頭人」徽章。為了滿足零售商的需求，設工廠要買進 x 塊甲規格鐵板、 y 塊乙規格鐵板，其中 x 和 y 為非負整數，由下列步驟，求出何時才能達到最低成本。

- (1) 寫出此問題的線性規劃不等式及目標函數。(4 分)
- (2) 求可行解區域的所有頂點的坐標。(4 分)
- (3) 工廠所需最低成本為多少元？(4 分)

5.

名師學院
升大系列高中二年級
數學(上)
講義第 87 頁

高中二年級數學(上)

第二章 第 2 節 主題 3 觀念一 規劃流程 範例一

設有甲、乙兩紙廠生產三種紙類，甲廠機器每運轉一日可同時生產 8 噸 A 級紙，1 噸 B 級紙，2 噸 C 級紙，而乙廠機器每運轉一日可同時生產 2 噸 A 級紙，1 噸 B 級紙，7 噸 C 級紙，且知甲廠運轉一日需費一萬元，乙廠運轉一日需費二萬元。今有一訂貨單需 A 級紙 16 噸，B 級紙 5 噸，C 級紙 20 噸，問應如何運轉此兩紙廠，才能使工廠總開銷最低？

答 甲廠運轉 3 日，乙廠運轉 2 日

解

甲廠機器			乙廠機器		
A 級紙	B 級紙	C 級紙	A 級紙	B 級紙	C 級紙
8 噸	1 噸	2 噸	2 噸	1 噸	8 噸
一萬元/日			二萬元/日		

設甲運轉 x 日，乙運轉 y 日

$$\begin{cases} 8x + 2y \geq 16 \\ x + y \geq 5 \\ 2x + 7y \geq 20 \end{cases}, x, y \text{ 為非負整數}$$

目標函數： $x + 2y$ ，欲求最小值

頂點	(10, 0)	(0, 8)	(3, 2)	(1, 4)
目標				
$x + 2y$	10	16	7	9

∴ 甲廠運轉 3 日，乙廠運轉 2 日時花費最少

