名師學院高中數學科 105 學測命中率比對

一、整體試題分析

本次學測數學科題目的難易度,與前幾年相比相對偏易。大部分的考題皆屬觀念題,毋 需太多複雜繁瑣的計算,便可由觀念推敲出答案。凡是看過名師學院課程的同學,一定都曉 得寰宇名師教材重視的就是「以掌握觀念的方式來學習數學」以及「藉由試題練習來提升觸 類旁通的解題能力」,所以同學只要觀念清楚、瞭解題幹,搭配細心計算,在本次考試中要拿 下高分,可謂輕而易舉。

在本次數學科學測試題的題型上,平面與空間的坐標幾何、三角函數、排列組合、機率 相關的題目較多。熟讀寰宇名師教材的同學在本次學測中,作答時可能會覺得有些試題似曾 相識,例如:單撰第5題,以直線參數式求解與空間中平面之交點;多撰第13題,結合條件 機率與貝氏定理以求解機率值;選填題 B,利用三角形面積公式或外積,以求兩向量所張之 平行四邊形面積;選填題 D,是以高斯-喬登消去法化簡增廣矩陣的標準題型;選填題 E, 以不等式之繪圖求解可行解區域面積;選填題 G, 運用點共面定理搭配分解空間向量解題; 以上考題在名師學院課程中都可找到相當類似的題型。由此可見,名師學院的教材與學測的 趨勢相當契合,平時認真研讀名師學院課程的同學必能夠順利作答。

此外,以多選第7題而言,同學可利用「絕對值在數線上表示距離」與「三角不等式」 的概念,即可判斷答案,或以一次絕對值方程式的分段討論進行實際求解,亦能收異曲同工 之效;以多選第9題而言,同學只要清楚「二面式」與「空間中直線關係」的觀念,即可運 算求出正確答案,是典型複合觀念的考題;而選填題 F,同學依據講義中「行列式」的觀念 列式,便可搭配「條件機率」的觀念解題。

學測題目重視觀念亦配合適恰的計算能力,上述觀念在名師學院課程皆有詳盡的介紹, 因此同學只要能夠配合老師講解,並在課後紮實地演練測評網中的試題,提升對於題目的敏 感度及計算能力,相信此次學測必能拿下好成績。綜合以上可知,名師學院課程一向強調紮 實的基本觀念與試題演練,以及靈活運用觀念的學習方向,與學測命題方向一致幾乎是不辯 自明。因此,只要同學能夠按部就班地使用名師學院教材,要考取高分絕對沒問題!

其餘精采的比對結果,請參考以下列表,有更完整的內容呈現唷!

二、試題比對

	105 學測 單選第 5 題	5. 坐標空間中一質點自點 P(1,1,1) 沿著方向 a = (1,2,2) 等速直線前進,經過 5 秒後剛好到達平面 x-y+3z=28上,立即轉向沿著方向 b = (-2,2,-1) 依同樣的速率等速直線前進。請問再經過幾秒此質點會剛好到達平面 x=2上? (1) 1 秒 (2) 2 秒 (3) 3 秒 (4) 4 秒 (5) 永遠不會到達
1.	名師學院 高中二年級 數學(下) 講義第63頁	高中二年級數學(下) 第二章 第 2 節 主題 1 空間中的直線 觀念一 對稱比例式與參數式 範例一 範例一 一顆子彈由 $P(0, -3, 2)$ 發射,沿 $\vec{L} = (2, -1, 5)$ 的方向前進射向平面 $E: 2x + 7y + z + 23 = 0$,若平面 E 上有一個圓靶,圓心為 $A(-1, -2, -7)$,半徑為 5,請問子彈是否會擊中圓靶? 醤 命中圓靶 設子彈沿著直線 L 前進 由題意可知,直線 L 過點 $P(0, -3, 2)$,方向向量為 $\vec{L} = (2, -1, 5)$ $\Rightarrow L$ 之參數式: $\begin{cases} x = 0 + 2t \\ y = -3 - t , \ t \in R \\ z = 2 + 5t \end{cases}$ 將參數式代入 E ,求 L 與 E 的交點 $\Rightarrow 2(2t) + 7(-3 - t) + (2 + 5t) + 23 = 0 \Rightarrow 2t + 4 = 0 \Rightarrow t = -2$ 將 $t = -2$ 代回 L 得落點 $K(-4, -1, -8)$ 已知圓心 $A(-1, -2, -7)$, $r = 5$ $\overline{KA} = \sqrt{[(-1) - (-4)]^2 + [(-2) - (-1)]^2 + [(-7) - (-8)]^2} = \sqrt{3^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{11} < 5 = r$ \Rightarrow 即子彈命中圓靶

105 學測 多選第 13 題

13.甲、乙、丙、丁四位男生各騎一台機車約 A、B、C、D四位女生一起出遊, 他們約定讓四位女生依照 $A \times B \times C \times D$ 的順序抽鑰匙來決定搭乘哪位男生的 機車。其中除了 B 認得甲的機車鑰匙,並且絕對不會選取之外,每個女生選取 這些鑰匙的機會都均等。請選出正確的選項。

- (1) A抽到甲的鑰匙的機率大於 C抽到甲的鑰匙的機率
- (2) C抽到甲的鑰匙的機率大於 D抽到甲的鑰匙的機率
- (3) A抽到乙的鑰匙的機率大於 B抽到乙的鑰匙的機率
- (4) B抽到丙的鑰匙的機率大於 C抽到丙的鑰匙的機率
- (5) C抽到甲的鑰匙的機率大於 C抽到乙的鑰匙的機率

高中一年級數學(下)

第三章 第3節 主題2 乘法定理與分割定理 精選類題 類題一

一人忘其門是否上鎖, 今從 12 支鑰匙中任取 3 支開之, 已知 12 支中僅有兩支能開, 則能開此門 之機率爲何?(門上鎖之機率爲 $\frac{1}{2}$)

名師學院

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{C_1^2 C_2^{10} + C_2^2 C_1^{10}}{C_1^{12}}$$

高中一年級

數學(下)

講義第134頁

解 1°開門的機率<門沒鎖(一定能開) 門上鎖(須取到正確鑰匙)

2° P(開門)=P(門沒鎖)×P(開門|門沒鎖)+P(門上鎖)×P(開門|門上鎖)

2.

	105 學測 選填題 D	D. 線性方程組 $\begin{cases} x+2y+3z=0\\ 2x+y+3z=6\\ x-y=6\\ x-2y-z=8 \end{cases}$ 經高斯消去法計算後,其增廣矩陣可化簡為 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & a & b\\ 0 & 1 & c & d\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, 則 a = 20 $
4.	名師學院 高中二年級 數學(下) 講義第 108~109 頁	高中二年級數學(下) 第三章 第1節 主題 1 矩陣意義 精選類題 類題一 類題一 利用「高斯一喬登消去法」解方程組 $\begin{cases} 3x + y - 9z = -8 \\ x - y + z = -4 \end{cases}$ $(5x - 3y - z = -18)$ $(5x - 3y$

105 學測 選填題 E

E. 設 a 為一實數,已知在第一象限滿足聯立不等式 $\begin{cases} x-3y \le a \\ x+2y \le 14 \end{cases}$ 的所有點所形成之區 域面積為 $\frac{213}{5}$ 平方單位,則 a = 25。

高中二年級數學(上)

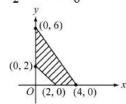
第二章 第2節 主題2 線性規劃的原理與方法 觀念二 目標函數不為 ax+by+c 範例-

 $x \ge 0$, $y \ge 0$, $x + y \ge 2$, $3x + 2y \le 12$, 試求:

- (1) 可行解區域面積。
- (2) 5x+3y的最大值,最小值。
- (3) $x^2 + y^2$ 的最大值,最小值。
- (4) $\frac{y+1}{x+2}$ 的最大值,最小值。

答 (1) 10 (2) 最大值 20, 最小值 6 (3) 最大值 36, 最小值 2 (4) 最大值 $\frac{7}{2}$, 最小值 $\frac{1}{6}$

解 (1) 面積 = $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 10$



名師學院 5.

高中二年級 數學(上)

講義第86頁

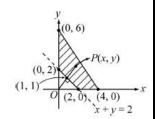
(0,2) (2,0) (4,0)5x+3y

取(0,2)得最小值6,取(4,0)得最大值20

(3) $x^2 + y^2 = (\sqrt{x^2 + y^2})^2$

可看成「可行解P(x, y)到O點距離之平方」,即 " \overline{OP}^2 " 取(0,6)有最大值 $0^2+6^2=36$ 又過O對x + y = 2作垂線得垂足(1,1)

取(1,1)有最小值 $1^2+1^2=2$

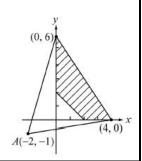


(4) $\frac{y+1}{x+2} = \frac{y-(-1)}{x-(-2)}$

可看成「可行解P(x, y)與A(-2, -1)兩點所連直線的斜率」

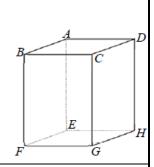
取(0,6)得最大值
$$\frac{6+1}{0+2} = \frac{7}{2}$$

取(4,0)得最小值 $\frac{0+1}{4+2} = \frac{1}{6}$



105 學測 選填題 G

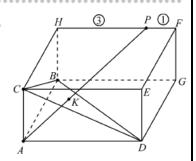
G. 如右圖所示, ABCD-EFGH為一長方體。若平面 BDG上 一點 P滿足 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} + a\overrightarrow{AE}$, 則實數 $a = \frac{30}{31}$ (化成最簡分數)



高中二年級數學(下)

第一章 第2節 主題2 空間向量之基本運算 觀念四 點共面定理 範例一

已知CHFE - ABGD 爲空間中一平行六面體。 $\overline{HP} : \overline{PF} = 3 : 1$, 且 \overline{AP} 與 BCD 平面 交於 K 點。 $\overline{AK} = x\overline{AB} + y\overline{AC} + z\overline{AD}$,求 x、y、z之值。



6.

名師學院

高中二年級

數學(下)

講義第 18 頁

 $\approx x = \frac{4}{11}, \quad y = \frac{4}{11}, \quad z = \frac{3}{11}$

$$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CH} + \overrightarrow{HP} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CH} + \frac{3}{4}\overrightarrow{HF}$$

$$\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{HF} = \overrightarrow{AD}$$

$$\therefore \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$$

$$A$$
、 K 、 P 共線 \Rightarrow 可令 $\overrightarrow{AK} = t\overrightarrow{AP}$

$$\exists i \exists \overrightarrow{AK} = t\overrightarrow{AP} = t(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}) = t\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC} + \frac{3}{4}t\overrightarrow{AD}$$

 $K \times B \times C \times D$ 共線,根據點共面定理:

$$t+t+\frac{3}{4}t=1 \Rightarrow t=\frac{4}{11}$$

因此
$$x = \frac{4}{11}$$
, $y = \frac{4}{11}$, $z = \frac{3}{11}$

105 學測 選填題 F

F. 投擲一公正骰子三次,所得的點數依序為 a,b,c。在 b 為奇數的條件下,行列式

a b b c > 0的機率為

。(化成最簡分數)

名師學院

高中二年級數學(上)

第三章 第3節 主題2 行列式的基本性質與應用 觀念一



觀念一 行列式

高中二年級

數學(上)

講義第176頁

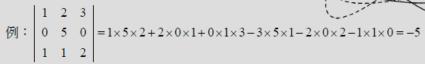
【定義】1.二階行列式的運算:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$\boxed{[b]}: \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \times 4 - 2 \times 3 = -2$$

2. 三階行列式的運算:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = aei + bfg + chd - ceg - bdi - ahf$$



【注意】矩陣的行與列數量可以不同,但行列式的行與列數量則必須相同。

高中一年級

講義第129頁

高中一年級數學(下)

第三章 第3節 主題1 條件機率 精選類題 類題1

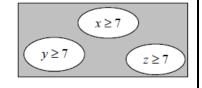
類題一 …………

擲骰子三次, 令 A 表示第一次出現奇數的事件, B 表示三次出現的點數和爲13點的事件, 則 $P(A \mid B) = ?$

答 ³

分析 $1. x, y, z \ge 1, x, y, z \in \mathbb{Z}, x + y + z = 13$ $\equiv (x'+1)+(y'+1)+(z'+1)=13$ (其中x'、y'、 $z' \ge 0$ 且x'、y'、 $z' \in Z$) 即x'+y'+z'=10 (其中x'、y'、 $z' \ge 0$ 且x'、y'、 $z' \in Z$) ∴(x, y, z) 共有 H₁₀ 組解

- 2. x, y, $z \in Z$, $x \ge 7 \perp y$, $z \ge 1$, x + y + z = 13 $\equiv (x'+7)+(y'+1)+(z'+1)=13$ (其中x'、y'、 $z' \ge 0$ 且x'、y'、 $z' \in Z$) 即x'+y'+z'=4 (其中x'、y'、 $z' \ge 0$ 且x'、y'、 $z' \in Z$) ∴ (x, y, z) 共有 H₄ 組解
- \mathbf{R} 設第一次出現的點數爲x,第二次出現的點數爲y, 第三次出現的點數爲 z
 - 1° 令 B 表示三次出現的點數和爲13 點的事件 ID $B = \{(x, y, z) | x + y + z = 13, x, y, z \ge 1\}$ $\underline{\mathbb{H}} x, y, z \leq 6, x, y, z \in \mathbb{Z}$



而 $|B| = \{(x, y, z) | x + y + z = 13, x \setminus y \setminus z \ge 1, x \setminus y \setminus z \in Z\}$ 個數 $-\{(x, y, z) | x + y + z = 13, x \ge 7, y \setminus z \ge 1, x \setminus y \setminus z \in Z\}$ 個數 $-\{(x, y, z) | x + y + z = 13, y \ge 7, x, z \ge 1, x, y, z \in Z\}$ 個數 $-\{(x, y, z) | x + y + z = 13, z \ge 7, x \setminus y \ge 1, x \setminus y \setminus z \in Z\}$ 個數 $\Rightarrow |B| = H_{13-1-1}^3 - 3H_{13-7-1-1}^3 = H_{10}^3 - 3H_4^3 = C_{10}^{12} - 3C_4^6 = 21$

7. 數學(下)

		2° 令 A 表示第一次出現奇數的事件 則 $A \cap B$ 表示第一次出現奇數且三次出現的點數和爲13點的事件 (i) 當 $x = 1$ 時 $\Rightarrow y + z = 12 \Rightarrow (6,6)$, 共1種 (ii) 當 $x = 3$ 時 $\Rightarrow y + z = 10 \Rightarrow (4,6)$, $(5,5)$, $(6,4)$, 共3種 (iii) 當 $x = 5$ 時 $\Rightarrow y + z = 8 \Rightarrow (2,6)$, $(3,5)$, $(4,4)$, $(5,3)$, $(6,2)$, 共5種 $\Rightarrow A \cap B = 1 + 3 + 5 = 9$
		3° $P(A \mid B) = \frac{ A \cap B }{ B } = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$
	105 學測 多選第 7 題	7. 下列各方程式中,請選出有實數解的選項。 (1) x + x-5 =1 (2) x + x-5 =6 (3) x - x-5 =1 (4) x - x-5 =6 (5) x - x-5 =-1
8.	名師學院	高中一年級數學(上) 第一章 第3節 主題2 含絕對值的方程式與不等式 觀念3 三角不等式 範例一 範例一 試求 x+2 + x-3 之最小值。
	高中一年級數學(上)講義第30頁	答 5 $ x+2 + x-3 $ $= 3-x + x+2 \ge 3-x+x+2 = 5$ $ a + b \ge a+b $ \therefore 當 $(x+2)(3-x) \ge 0 \Rightarrow -2 \le x \le 3$ 時,所求有最小值 5

105 學測 多選第9題

9. 下列各直線中,請選出和z軸互為歪斜線的選項。

$$(1) \quad L_1: \begin{cases} x=0 \\ z=0 \end{cases}$$

(2)
$$L_2: \begin{cases} y=0 \\ x+z=1 \end{cases}$$
 (3) $L_3: \begin{cases} z=0 \\ x+y=1 \end{cases}$

(3)
$$L_3:$$

$$\begin{cases} z=0\\ x+y=\end{cases}$$

$$(4) \quad L_4: \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

(5)
$$L_5: \begin{cases} y=1 \\ z=1 \end{cases}$$

名師學院

高中二年級數學(下)

第二章 第3節 主題1 空間中的直線 觀念二 二面式



高中二年級

數學(下)

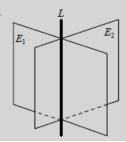
講義第63頁

觀念二 二面式

【原理】空間中, 二相異平面相交, 交點必成一直線。 【定義】空間中, 直線L若為二平面E, 與E, 的交線, 可把L表成兩個平 面的聯立方程式, 此聯立方程式稱為直線 L 的二面式。

> 例:空間中二平面 E_1 :x+2y+z=5, E_2 :2x-y+2z=2, 直線L為二平面 E_1 與 E_2 的交線,

則L可表為 $\begin{cases} x+2y+z=5\\ 2x-y+2z=2 \end{cases}$,稱為直線L的二面式。



9.

高中二年級 數學(下)

講義第65頁

第二章 第3節 主題1 空間中的直線 觀念三 空間中兩直線的幾何關係

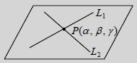


觀念三 空間中兩直線的幾何關係



【性質】空間中,二直線 L_1 、 L_2 的方向向量分別為 $\vec{u}_1 = (a_1, b_1, c_1)$ 、 $\vec{u}_2 = (a_2, b_2, c_2)$,若不存在 實數 k 使得 $(a_1, b_1, c_1) = k(a_2, b_2, c_2)$,即 L_1 、 L_2 不平行,則 L_1 與 L_2 必相交或歪斜。

1. L 與 L 相交: 有一點 $P(\alpha, \beta, \gamma)$ 同時符合 L_1 與 L_2 。



2. L, 與 L, 歪斜: 必有一點 P_1 在 L_1 上,一點 P_2 在 L_2 上, 滿足 \overrightarrow{RP} , $\perp \overrightarrow{u_1}$ 且 \overrightarrow{RP} , $\perp \overrightarrow{u_2}$

