名師學院升大系列數學科_104 學測命中率比對

一、整體試題分析

本次數學科學測題目的難易度，與前幾年相比屬於較難。不同於以往重觀念，由觀念可容易推敲出答案的出題方式；大部分的考題建立在基礎的觀念上，並且需要一定的計算量才能夠完成。只要是看過名師學院升大系列課程的同學，一定都曉得寰宇名師教材重視的就是「以掌握觀念的方式來學習數學」以及「藉由試題練習提升計算熟練度」，所以同學只要觀念清楚、瞭解題幹，並且仔細計算，這次考試的題目必定能迎刃而解。

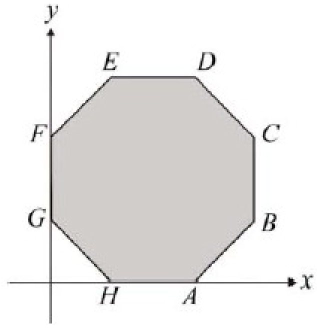
在本次數學科學測試題的題型上，平面與空間的坐標幾何、三角函數、排列組合、機率相關的題目較多。熟讀寰宇名師教材的同學在本次學測中，作答時可能會覺得有些試題似曾相識，例如單選第 4 題，利用線性規劃之最大值發生於端點處及斜率的概念來解題；選填第 A 題，為三角測量的標準應用題型；選填第 G 題，利用轉移矩陣來預估未來市場分布的狀況；以上考題在名師學院升大系列課程中都可找到非常類似的題型。由此可見，名師學院的教材與學測的趨勢相當契合，平時認真研讀名師學院升大系列課程的同學一定能夠順利作答。

此外，以單選第 2 題來說，同學只要利用「等比級數」的概念，即可計算出答案；以多選第 10 題來說，同學只要了解「集合」的概念，即可判斷出正確答案；而選填第 C 題，同學依據講義中「重複組合」的觀念整理，便可以計算出答案。

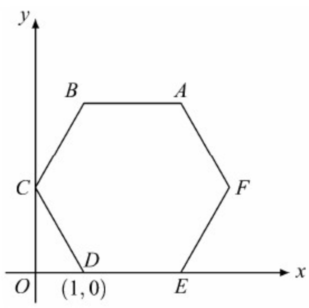
學測題目除了考觀念也重視計算能力，上述觀念在名師學院升大系列課程都有詳盡的介紹，因此同學只要能夠配合老師講解，並在課後紮實地演練教材中的綜合練習，提升對於題目的敏感度及計算能力，相信此次學測必能拿下好成績。綜合以上可知，名師學院升大系列課程一向強調紮實的基本觀念與試題演練，以及靈活運用觀念的學習方向，與學測命題方向一致幾乎是不辯自明。因此，只要同學能夠按部就班地使用名師學院教材，要考取高分絕對沒問題！

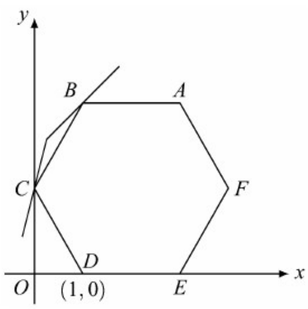
其餘精采的比對結果，請參考以下列表，有更完整的內容呈現唷！

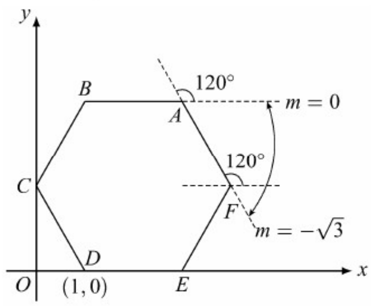
二、試題比對

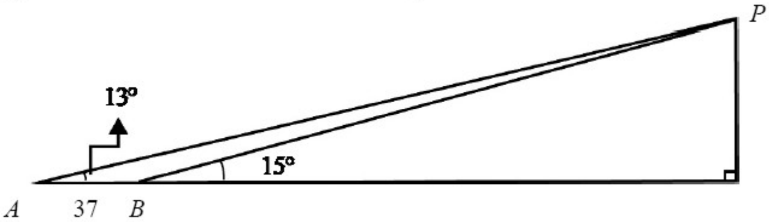
<table>
<tr>
<td rowspan="2">1.</td>
<td>104 學測
單選第 4 題</td>
<td>4. 一線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上的正八邊形 $ABCDEFGH$ 及其內部，如右圖。已知目標函數 $ax+by+3$（其中 a, b 為實數）的最大值只發生在 B 點。請問當目標函數改為 $3-bx-ay$ 時，最大值會發生在下列哪一點？
(1) A　(2) B　(3) C
(4) D　(5) E

</td>
</tr>
<tr>
<td>名師學院
升大系列

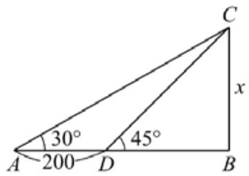
高中二年級
數學（上）
講義第 90 頁</td>
<td>高中二年級數學（上）
第二章　第 2 節　主題 3　線性規劃的應用　精選類題二

類題二
設一線性規劃的可行解區域爲如圖所示之正六邊形內部（含邊界），而目標函數爲 $y-ax$，若已知 A 點爲此目標函數取得最大值之唯一的點，則 a 值的範圍要有限制。若以不等式表示，則 a 之範圍爲何？


答 $-\sqrt{3}<a<0$
解 1° 目標函數爲 $k=y-ax$
若 $a>0$（斜率爲正）
則極大值必發生在 B 點或 C 點，故 $a<0$


2° $\overleftrightarrow{AF}$ 之斜率爲 $\tan 120°=-\sqrt{3}$
$\overleftrightarrow{AB}$ 之斜率爲 0
$\therefore a$ 之範圍爲 $-\sqrt{3}<a<0$

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td rowspan="2">2.</td>
<td>104 學測
選填第 A 題</td>
<td>A. 如圖，老王在平地點 A 測得遠方山頂點 P 的仰角為 $13°$。老王朝著山的方向前進 37 公尺後來到點 B，再測得山頂點 P 的仰角為 $15°$。則山高約為 ⑪⑫ 公丈。（四捨五入至個位數，$\tan 13° \approx 0.231$，$\tan 15° \approx 0.268$）

</td>
</tr>
<tr>
<td>名師學院
升大系列

高中二年級
數學（上）
講義第 50 頁</td>
<td>高中二年級數學（上）
第一章　第 5 節　主題 3　觀念三　基本三角測量　範例一
範例一
由某處測得一鐵塔的仰角為 $30°$，走近 200m 後再測得仰角為 $45°$，則鐵塔高為 ______ m。
答 $100(\sqrt{3}+1)$
解 設塔高為 x，則 $\cot 30° = \dfrac{\overline{AB}}{x} \Rightarrow \overline{AB} = x\cot 30° = \sqrt{3}x$
$\cot 45° = \dfrac{\overline{BD}}{x} \Rightarrow \overline{BD} = x\cot 45° = x$
$\therefore 200 = \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = \sqrt{3}x - x = (\sqrt{3}-1)x$
故 $x = \dfrac{200}{\sqrt{3}-1} = 100(\sqrt{3}+1)$（m）

</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">3.</td>
<td>104 學測
選填第 B 題</td>
<td>B. 不透明袋中有 3 白 3 紅共 6 個球，球大小形狀相同，僅顏色相異。甲、乙、丙、丁、戊 5 人依甲第一、乙第二、⋯⋯、戊第五的次序，從袋中各取一球，取後不放回。試問在甲、乙取出不同色球的條件下，戊取得紅球的機率為 $\dfrac{⑬}{⑭}$。（化為最簡分數）</td>
</tr>
<tr>
<td>名師學院
升大系列

高中一年級
數學（下）
講義第 144 頁</td>
<td>高中一年級數學（下）
第三章　機率　綜合練習　非選題 (3)
3. 袋中有白球 5 顆，黑球 8 顆，自袋中連續取三球，每次取後皆不放回，求在已知第一球取得白球之條件下，第三球取得黑球之機率為 ______。 ★★
解：所求 $= P$(第三球為黑球 ｜ 第一球為白球)
$= \dfrac{P(\text{第三球為黑球} \cap \text{第一球為白球})}{P(\text{第一球為白球})} = \dfrac{\overbrace{\frac{5}{13}\times\frac{4}{12}\times\frac{8}{11}}^{白_1、白_2、黑_3} + \overbrace{\frac{5}{13}\times\frac{8}{12}\times\frac{7}{11}}^{白_1、黑_2、黑_3}}{\frac{5}{13}} = \dfrac{2}{3}$</td>
</tr>
</table>

4.

104 學測
選填第 G 題

G. 某一公司，有 A、B、C 三個營業據點，開始時各有 36 位營業員，為了讓營業員了解各據點業務狀況，所以進行兩次調動。每次調動都是：
將當時 A 據點營業員中的 1/6 調到 B 據點、1/6 調到 C 據點；
將當時 B 據點營業員中的 1/6 調到 A 據點、1/3 調到 C 據點；
將當時 C 據點營業員中的 1/6 調到 A 據點、1/6 調到 B 據點。
則兩次的調動後，C 據點有 ㉗㉘ 位營業員。

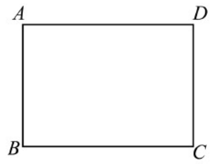
名師學院
升大系列

高中二年級
數學（下）
講義第 123 頁

高中二年級數學（下）
第三章　第 3 節　主題 1　觀念一　轉移矩陣　範例三

範例三

如圖，有 A、B、C、D 四個城鎮，某推銷員隔天留在原地或到相鄰二地的機率皆為 $\frac{1}{3}$；若此推銷員現在人在 A 鎮，求三天後推銷員在各鎮之機率。



答 A 鎮 $\frac{7}{27}$，B 鎮 $\frac{7}{27}$，C 鎮 $\frac{6}{27}$，D 鎮 $\frac{7}{27}$

解 1° 設推銷員留在 A、B、C、D 分別用 S_1、S_2、S_3、S_4 四種狀態表示

$$\text{轉移矩陣 } A=\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$\text{初始狀態 } X_0=\begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{array}\begin{array}{l} \to S_1 \\ \to S_2 \\ \to S_3 \\ \to S_4 \end{array}$$

$$2^\circ \text{ 一天後 } X_1=AX_0=\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ 0 \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix},$$

$$\text{二天後 } X_2=AX_1=\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ 0 \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{2}{9} \\ \frac{2}{9} \\ \frac{2}{9} \end{bmatrix}$$

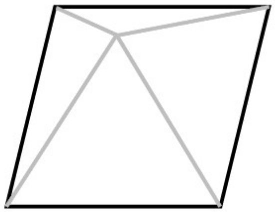
$$\text{三天後 } X_3=AX_2=\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{2}{9} \\ \frac{2}{9} \\ \frac{2}{9} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{7}{27} \\ \frac{7}{27} \\ \frac{6}{27} \\ \frac{7}{27} \end{bmatrix}\begin{array}{l} \to A \\ \to B \\ \to C \\ \to D \end{array}$$

5.

104 學測

選填第 I 題

I. 在空間中，一個斜面的「坡度」定義為斜面與水平面夾角 θ 的正切值 $\tan\theta$。若一金字塔（底部為一正方形，四個斜面為等腰三角形）的每一個斜面的坡度皆為 $\frac{2}{5}$，如圖。則相鄰斜面的夾角的餘弦函數的絕對值為 $\dfrac{㉜㉝}{㉞㉟}$。（化為最簡分數）



名師學院

升大系列

高中二年級

數學（下）

講義第 **10** 頁

高中二年級數學（下）

第一章　第 **1** 節　主題 **2**　三垂線定理與兩面角　精選類題四

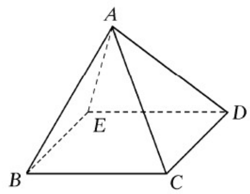
類題四

有一金字塔形 $ABCDE$，四個側面爲正三角形，底面爲正方形，則：

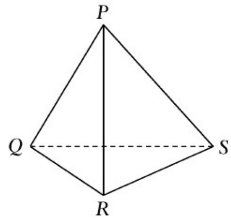
(1) ACD 面與 $BCDE$ 面交角 α（銳角），求 $\cos\alpha$。

(2) ACD 面與 ABC 面交角 β（鈍角），求 $\cos\beta$。

(3) 試證 $\beta = 2\alpha$。



(4) 另有一個正四面體 $PQRS$，四個面的正三角形恰等於金字塔形的側面，若將 ΔPQR 與 ΔACD 重合，則此二多面體會組合成一個幾面體？



答 (1) $\frac{1}{\sqrt{3}}$　(2) $-\frac{1}{3}$　(3) 略　(4) 五面體

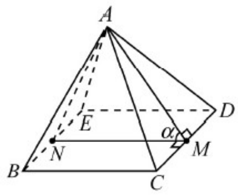
解 (1) 1° 令此多面體稜長 a，取 $\overline{CD}$、$\overline{BE}$ 中點 M、N

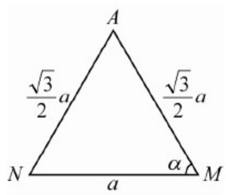
得 $\overline{AM} = \overline{AN} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$，$\overline{MN} = a$

$\because \overline{NM}$，$\overline{AM}$ 均垂直交線 $\overline{CD}$

$\Rightarrow \angle AMN = \alpha$

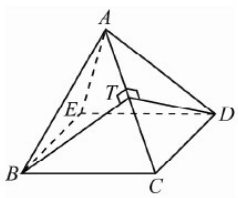
2° $\cos\alpha = \dfrac{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2 + 1^2 - (\frac{\sqrt{3}}{2})^2}{2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 1} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$



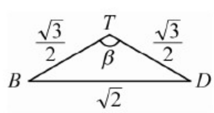


(2) 1° 取 $\overline{AC}$ 中點 T，則 $\overline{BT}$、$\overline{DT}$ 皆與交線 $\overline{AC}$ 垂直

故 $\angle BTD = \beta$，其中 $\overline{BT} = \overline{TD} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$，$\overline{BD} = \sqrt{2}a$



2° $\cos\beta = \dfrac{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 - \sqrt{2}^2}{2(\frac{\sqrt{3}}{2})(\frac{\sqrt{3}}{2})} = -\dfrac{1}{3}$



(3)（法一）

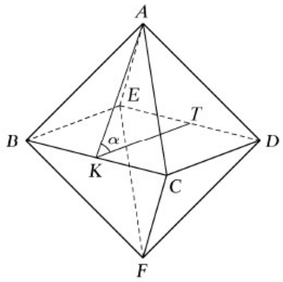
$\cos\beta = -\frac{1}{3} = 2(\frac{1}{\sqrt{3}})^2 - 1 = 2\cos^2\alpha - 1 = \cos 2\alpha$

$\Rightarrow \beta = 2\alpha$

（法二）

$\angle AKF = \beta$，$\angle AKT = \angle TKF = \alpha$

$\Rightarrow \beta = 2\alpha$

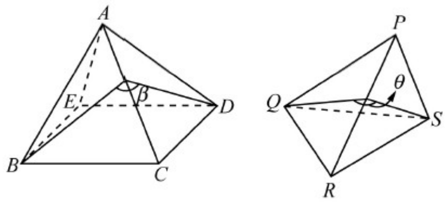


(4) 當 ΔPQR 與 ΔACD 重合

$\because \cos\beta = -\frac{1}{3}$，而四面體的兩面角 θ 之

餘弦值 $\cos\theta = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \beta + \theta = \pi$



故 PRS 面與 ABC 面合為一面

且 AED 面與 PQS 面合為一面

因此會形成五面體