

名師學院升高中系列 96 年基本學力測驗

數學科解答

1. **解答**：(C)

解題技巧：正方體邊長相同 \Rightarrow 邊長 $= [6, 4, 3] = 12$ (cm)

$$12 \div 6 = 2 \text{ (個)}$$

$$12 \div 4 = 3 \text{ (個)}$$

$$12 \div 3 = 4 \text{ (個)} \quad \Rightarrow 2 \times 3 \times 4 = 24$$

\therefore 堆最小的正方體共需 24 個積木

正方體邊長增加為 a 倍，則體積增加為 a^3 倍，即個數需原來的 a^3 倍

所以第二小的正方體共需 $24 \times 2^3 = 192$ (個)，剩下 $220 - 192 = 28$ 個

而第三小的正方體共需 $24 \times 3^3 = 648 > 220$ ，並不合題意

2. **解答**：(D)

解題技巧：

$$435 \times \frac{5}{4} + 399 \times 0.25 - 399 \times 1.25 - 435 \times \frac{1}{4}$$
$$= 435 \times \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{4}\right) + 399 \times (0.25 - 1.25) = 435 + 399 \times (-1) = 435 - 399 = 36$$

3. **解答**：(B)

解題技巧：

(A) $(a-b)^3 = (a-b)(a-b)^2 = (a-b)(a^2 - 2ab + b^2) = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

(B) $-(a-b)^3 = (-1)^3 \times (a-b)^3 = [(-1) \times (a-b)]^3 = (-a+b)^3 = (b-a)^3$

(C) $(a-b)^3 \times (-1)^2 = (a-b)^3 \times (-1) = (a-b)^3 \times (-1)^3 = [(a-b) \times (-1)]^3 = (-a+b)^3$

(D) $(a-b)^2 (a+b)^2 = [(a-b)(a+b)]^2 = [a^2 - b^2]^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

4. **解答**：(C)

解題技巧： $(a, b, c) = 2^3 \times 3^4 \times 7^2$

$$a = 2^3 \times 3^4 \times 7^3 = (2^3 \times 3^4 \times 7^2) \times 7$$

$$b = 2^4 \times 3^5 \times 7^2 = (2^3 \times 3^4 \times 7^2) \times 2 \times 3 = (2^3 \times 3^4 \times 7^2) \times 6$$

$$c = 2^6 \times 3^4 \times 7^2 = (2^3 \times 3^4 \times 7^2) \times 2^3 = (2^3 \times 3^4 \times 7^2) \times 8$$

$$\because 8 > 7 > 6$$

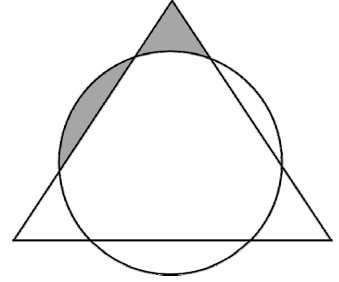
$$\therefore c > a > b$$

5. **解答**：(A)

解題技巧： \because 兩斜線部分面積相等 \therefore 正三角形面積 = 圓面積

$$\text{正三角形面積} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 = 25\sqrt{3} \text{ 平方單位}$$

$$\text{圓面積} = \pi r^2 = 25\sqrt{3} \Rightarrow r^2 = \frac{25\sqrt{3}}{\pi}$$



6. **解答**：(B)

解題技巧：設甲有 $3a$ 公克、乙有 $2a$ 公克，混合總重 $3a + 2a = 5a$ 公克

$$\text{則溶質食鹽各有 } 3a \times \frac{10}{100} = \frac{3a}{10} \text{ 公克， } 2a \times \frac{15}{100} = \frac{3a}{10} \text{ 公克}$$

$$\Rightarrow \text{混合濃度為 } \left(\frac{3a}{10} + \frac{3a}{10} \right) \div 5a \times 100\% = 12\%$$

7. **解答**：(A)

解題技巧：平均身高 = $\frac{\text{所有人身高總和}}{\text{總個數}}$

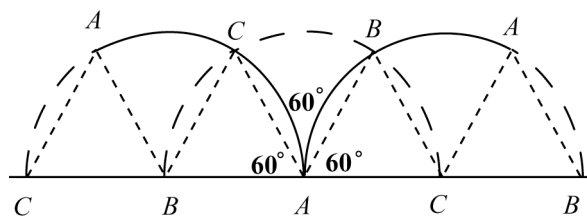
$$2a = 3b \Rightarrow a : b = 3 : 2$$

則設男生 $3r$ 人，女生 $2r$ 人

$$\text{平均} = \frac{168 \times 3r + 158 \times 2r}{3r + 2r} = \frac{820r}{5r} = 164 \text{ (公分)}$$

8. **解答**：(B)

解題技巧：



三次旋轉過程中， A 點移動的路徑如圖中實線部分所示，為半徑 5 公分的半圓弧的一部分且兩弧均為 120° ，即兩弧長各為圓周長的 $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$

所以路徑全長為 $(2 \times 5 \times \pi \times \frac{1}{3}) \times 2 = \frac{20}{3}\pi$ (公分)

9. **解答**：(C)

解題技巧： $\because \overline{BE} \parallel \overline{CF} \parallel \overline{DG} \quad \therefore \triangle ABE \sim \triangle ACF \sim \triangle ADG$

$$\text{又} \because \overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : 2 : 1$$

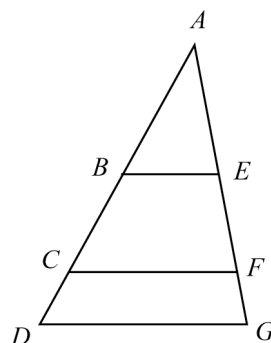
$$\therefore \overline{AB} : \overline{AC} : \overline{AD} = 3 : 5 : 6$$

則 $\triangle ABE$ 面積： $\triangle ACF$ 四邊形： $\triangle ADG$ 面積

$$= 3^2 : 5^2 : 6^2 = 9 : 25 : 36$$

$$\Rightarrow \triangle ABE : \text{四邊形 } BCFE : \text{四邊形 } CDGF$$

$$= 9 : (25 - 9) : (36 - 25) = 9 : 16 : 11$$



10. **解答**：(C)

解題技巧： $87^2 + 174 \times 48 = 87^2 + 2 \times 87 \times 48 = 87^2 + 2 \times 87 \times 48 + 48^2 - 48^2$
 $= (87 + 48)^2 - 48^2 = 135^2 - 48^2 = (135 + 48)(135 - 48)$

11. **解答**：(B)

解題技巧： $x + 10^{-10} = 10^{-8} \Rightarrow x = 10^{-8} - 10^{-10} = 100 \times 10^{-10} - 10^{-10} = (100 - 1) \times 10^{-10}$
 $= 99 \times 10^{-10} = 9.9 \times 10^{-9}$

12. **解答**：(B)

解題技巧：小齊花了 $500 - 132 = 368$ 元，即 $12x + 8y = 368 \Rightarrow 3x + 2y = 92$

小峻共需 $9x + 6y = 3(3x + 2y) = 3 \times 92 = 276$ (元)

\therefore 付 500 元找回 $500 - 276 = 224$ (元)

13. **解答**：(A)

解題技巧：一元二次方程式 $x^2 + ax + 1 = 0$ 兩根為 p 、 q 且 $p > q$

$\Rightarrow p$ 、 q 為相異兩實數根

$$\therefore \text{方程式的判別式 } a^2 - 4 \times 1 \times 1 > 0 \Rightarrow a^2 - 4 > 0 \Rightarrow a^2 > 4$$

14. 解答：(D)

解題技巧： $ABCD$ 為菱形，則 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 且對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 互相垂直平分

所以 \overline{BD} 為 \overline{AC} 的中垂線

$ABEC$ 為鳶形且 $\overline{AB} \neq \overline{BE}$ ，則 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BE} = \overline{CE}$ ，其對角線 \overline{AE} 為 \overline{BC} 的中垂線

$\therefore \overline{BD}$ 為 \overline{AC} 的中垂線， \overline{AE} 為 \overline{BC} 的中垂線 $\therefore P$ 為 $\triangle ABC$ 的外心

$\therefore \overline{AB} = \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{AC}$ $\therefore \triangle ABC$ 為正三角形，其外心、內心和重心為同一點

故 P 為 $\triangle ABC$ 的外心、內心和重心

15. 解答：(B)

解題技巧： 設小齊 x 元，小峻 $(510 - x)$ 元

小齊給小峻 30 元後小齊有 $(x - 30)$ 元，小峻有 $510 - x + 30 = 540 - x$ 元

則 $(x - 30) : (540 - x) = 3 : 2 \Rightarrow 2(x - 30) = 3(540 - x)$

16. 解答：(A)

解題技巧： 櫻木滑倒投進的機率為 $\frac{3}{5}$ ，因為每次投球的機率不變

17. 解答：(C)

解題技巧： $\because AD \parallel BC \therefore \angle CFD = \angle FDA$ (內錯角相等)

又 $\because \overline{FD}$ 平分 $\angle ADC \therefore \angle CDF = \angle FDA = \angle CFD$

$\Rightarrow \triangle CDF$ 中 $\overline{CF} = \overline{CD} = 5$ ，則 $\overline{BF} = 8 - 5 = 3$

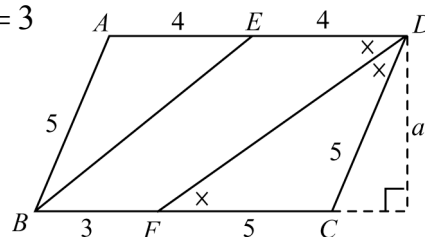
$\because E$ 為 \overline{AD} 中點 $\therefore \overline{AE} = \overline{ED} = 4$

設 \overline{AD} 與 \overline{BC} 的距離 = a

則 $\triangle ABE$: 梯形 $EBFD$: $\triangle FCD$

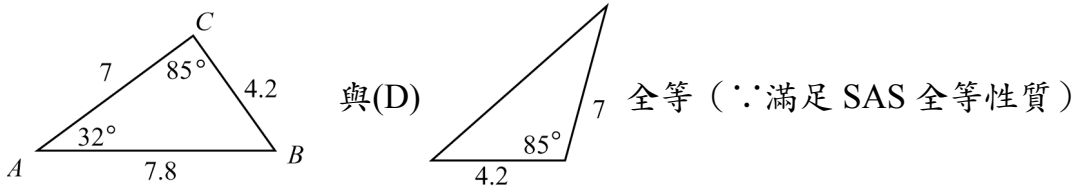
$$= \frac{1}{2} \overline{AE} \times a : \frac{1}{2} (\overline{BF} + \overline{ED}) \times a : \frac{1}{2} \overline{CF} \times a$$

$$= \overline{AE} : (\overline{BF} + \overline{ED}) : \overline{CF} = 4 : 7 : 5$$



18. 解答：(D)

解題技巧：



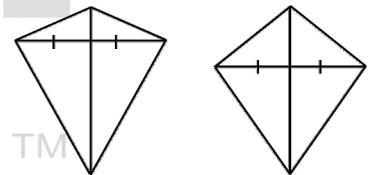
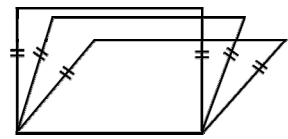
19. 解答：(B)

解題技巧：

(甲) 錯誤，如右圖，可決定無限多個平行四邊形

(乙) 錯誤，如右圖，可決定無限多個等形

(丙) 正確 (丁) 正確



20. 解答：(A)

解題技巧：



$$a_1 = 7$$

$$a_2 = 11$$

$$a_3 = 15$$

...

$$a_n = a_1 + (n-1) \times 4$$

$$= 7 + 4n - 4 = 4n + 3$$

(方法一)

當 $n = 36$ 時，有 $4 \times 36 + 3 = 147$

(方法二)

由上圖可知， a_n 皆為 4 的倍數加 3，即 $a_n \div 4 \dots 3$

(A) $147 \div 4 = 36 \dots 3$

(B) $148 \div 4 = 37$

(C) $149 \div 4 = 37 \dots 1$

(D) $150 \div 4 = 37 \dots 2$

故只有 147 符合

21. **解答**：(B)

解題技巧：利用短除法

$$\begin{array}{r} 90 \overline{) a \ 270} \\ \underline{ k \ 3} \end{array}$$

$$\because (a, 270) = 90 \quad \therefore (k, 3) = 1$$

$$[a, 270] = 90 \times k \times 3 = 540 \Rightarrow k = 2 \quad \therefore a = 90 \times k = 90 \times 2 = 180$$

22. **解答**：(A)

解題技巧：設兩直線 $L : ax - 2y = 12$ 與 $M : 5x + 3y = b$ 的交點坐標為 $(0, k)$ (因為在 y 軸上)

$$\text{將 } (0, k) \text{ 代入 } L : a \times 0 - 2k = 12 \Rightarrow k = -6$$

$$\text{將 } (0, -6) \text{ 代入 } M : 5 \times 0 + 3 \times (-6) = b \Rightarrow b = -18$$

23. **解答**：(C)

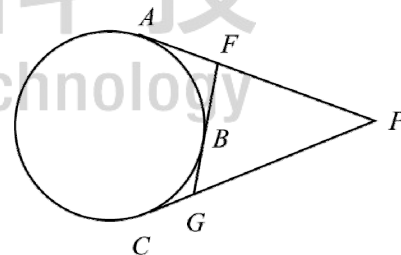
解題技巧： $\because A、B、C$ 為切點

$$\therefore \text{圓外一點的切線段等長} \Rightarrow \overline{AP} = \overline{CP}, \overline{AF} = \overline{BF}, \overline{BG} = \overline{CG}$$

$$\overline{GP} = \overline{CP} - \overline{CG} = \overline{AP} - \overline{BG} = 10 - 3 = 7$$

24. **解答**：(B)

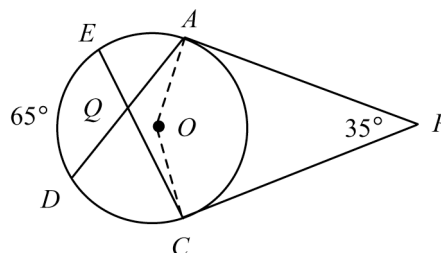
$$\begin{aligned} \text{解題技巧：} \triangle PFG \text{ 周長} &= \overline{PF} + \overline{FG} + \overline{GP} = \overline{PF} + (\overline{BF} + \overline{BG}) + \overline{GP} \\ &= \overline{PF} + \overline{AF} + \overline{CG} + \overline{GP} = \overline{AP} + \overline{CP} = 20 \end{aligned}$$



25. **解答**：(B)

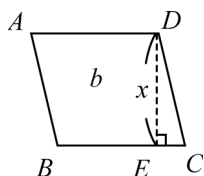
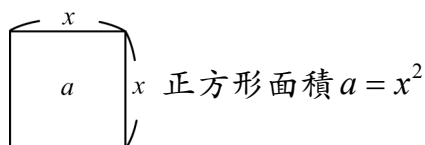
解題技巧：設圓心 O ，連接 \overline{AO} 、 \overline{CO} $\because A、C$ 為切點 $\therefore \angle PAO = \angle PCO = 90^\circ$
 \Rightarrow 四邊形 $AOCP$ 中， $\angle AOC + \angle P = 180^\circ \Rightarrow \angle AOC = 180^\circ - \angle P = 145^\circ$
 $\therefore \widehat{AC} = \angle AOC = 145^\circ$

$$\angle AQC = \frac{1}{2}(\widehat{AC} + \widehat{DE}) = \frac{1}{2}(145^\circ + 65^\circ) = 105^\circ$$



26. 解答：(C)

解題技巧：設長方形的寬為 x ，則



四邊形 $ABCD$ 為菱形（註），在直角 $\triangle CDE$ 中，斜邊

$$\overline{CD} > \overline{DE} = x$$

$$\text{則面積 } b = \overline{BC} \times \overline{DE} = \overline{BC} \cdot x > x^2 \quad (\text{因為 } \overline{BC} = \overline{CD} > x)$$

所以 $b > a$

（註）1. $ABCD$ 為平行四邊形。

2. 作 $\overline{AG} \perp \overline{GD}$ 且 G 在 $C、D$ 的連線上。

3. 作 $\overline{CF} \perp \overline{DF}$ 且 F 在 $A、D$ 的連線上。

4. 在 $\triangle AGD$ 和 $\triangle CDF$ 中，

$$\angle ADG = \angle CDF \quad (\text{對頂角相等})$$

$$\angle AGD = \angle CFD = 90^\circ$$

$$\text{又 } \overline{AG} = \overline{CF} = x$$

可知 $\triangle ADG \cong \triangle CDF$ (AAS 全等)

$$\text{故 } \overline{AD} = \overline{CD}$$

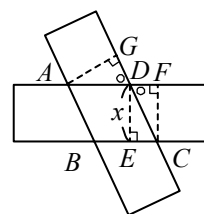
5. $\therefore ABCD$ 為平行四邊形

$$\therefore \overline{AD} = \overline{BC}, \overline{AB} = \overline{CD} \quad (\text{對邊等長})$$

$$\text{又 } \overline{AD} = \overline{CD}$$

$$\text{故 } \overline{AD} = \overline{BC} = \overline{AB} = \overline{CD}$$

即 $ABCD$ 為菱形

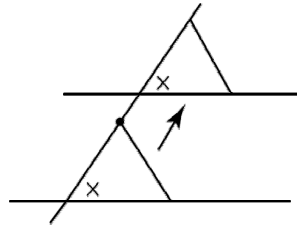


寰宇知識科技
Knowledge Universe Technology

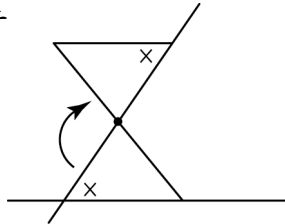
27. **解答**：(B)

解題技巧：

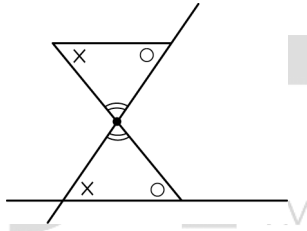
(甲)同位角相等，所以平行



(乙)內錯角相等，所以平行



(丙)皆沒有同位角相等，內錯角相等，同側內角互補的性質，故不能確定平行



28. **解答**：(D)

解題技巧：

(A) $\sqrt{2}$ 近似值為 1.414

(B) 2 的平方根為 $\pm\sqrt{2}$

(C) \sqrt{x} 的一個平方根為 $\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{x} = (\sqrt{3})^2 = 3 \Rightarrow x = 3^2 = 9$

(D) $\because 3^2 = 9, 4^2 = 16$ 且 $9 \leq 10 \leq 16 \therefore 3 \leq \sqrt{10} \leq 4$

29. **解答**：(C)

解題技巧：設水柱高為 $h, 2h, 3h$ ，底圓半徑為 a, b, c

體積 = 底面積 \times 水柱高

$$\text{則 } a^2\pi \times h = b^2\pi \times 2h = c^2\pi \times 3h \Rightarrow a^2 = 2b^2 = 3c^2$$

$$\Rightarrow a^2 : b^2 : c^2 = 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 6 : 3 : 2$$

$$\Rightarrow a : b : c = \sqrt{6} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$$

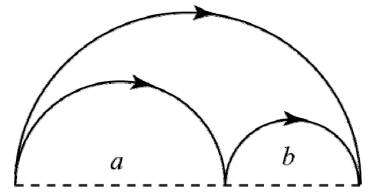
$$\text{則周長比} = 2a\pi : 2b\pi : 2c\pi = a : b : c = \sqrt{6} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$$

30. 解答：(A)

解題技巧：如右圖，設直徑為 a 、 b 、 $(a+b)$

$$\text{小齊所走距離} = \frac{1}{2}(a+b)\pi$$

$$\text{小峻所走距離} = \frac{1}{2}a\pi + \frac{1}{2}b\pi = \frac{1}{2}(a+b)\pi$$



所以二人所走距離相同，又因為速度相同 \Rightarrow 時間相等（同時抵達）

31. 解答：(B)

解題技巧：

(A) 90 分的人至少贏過 45 人，則 $\frac{45}{50} \times 100\% = 90\%$ ，所以 PR 值最小為 90

(B) 60~80 分共有 $35 - 13 = 22$ 人，表示 $60 \leq \text{成績} < 80$ 分的人有 22 人，但這 22 人中不一定都超過 60 分（也有可能等於 60 分）

(C) 中位數為第 25 人與第 26 人的平均，這兩人均在 70~80 分，所以中位數在 70~80 分

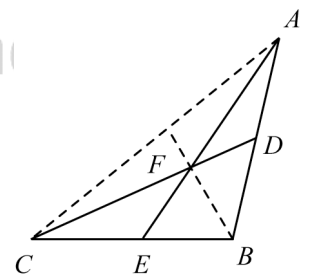
(D) 40~50 分有 3 人，其中可能有人 40 分

32. 解答：(D)

解題技巧： $\triangle ABC$ 中 $\because D$ 、 E 為中點 $\therefore F$ 為 $\triangle ABC$ 的重心

三中線將三角形面積六等分，即右圖中每個小三角形面積相等

故 $\triangle ADF + \triangle CEF = \text{四邊形 } BDFE = 5$



33. 解答：(C)

解題技巧：近似值 $-\frac{1}{2}$ 單位 \leq 實際值 $<$ 近似值 $+\frac{1}{2}$ 單位

$$125 - \frac{1}{2} \times 5 \leq x < 125 + \frac{1}{2} \times 5 \Rightarrow 122.5 \leq x < 127.5$$

$$80 - \frac{1}{2} \times 5 \leq y < 80 + \frac{1}{2} \times 5 \Rightarrow 77.5 \leq y < 82.5$$

$$\therefore 122.5 - 82.5 < x - y < 127.5 - 77.5$$

$$\Rightarrow 40 < x - y < 50$$

34. **解答**：(C)

解題技巧：(4□57)÷6 餘 5，則 $4□57-5=4□52$ 為 6 倍數

所以 $4□52$ 必是 3 的倍數 $\Rightarrow 4+\square+5+2=11+\square$ 為 3 的倍數

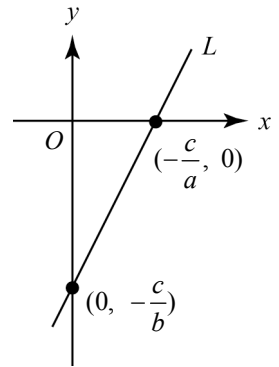
$\Rightarrow \square=1, 4, 7$

35. **解答**：(A)

解題技巧：L 與兩軸交點： $(0, -\frac{c}{b})$ $(-\frac{c}{a}, 0)$

由圖形可知： $\begin{cases} -\frac{c}{a} > 0 \\ -\frac{c}{b} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{c}{a} < 0 \\ \frac{c}{b} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a, c \text{ 異號} \\ b, c \text{ 同號} \end{cases} \Rightarrow a, b \text{ 異號}$

$\therefore bc > 0, ab < 0, ac < 0$



寰宇知識科技
Knowledge Universe Technology